

# LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS

**Dirigido a:** Profesores de Matemáticas de Educación Secundaria y Bachillerato.

**Duración:** 30 horas (24 presenciales + 6 de memoria)

**Coordinador:** Jesús Danta

**Ponente:** Mauricio Contreras

**Horario:** Martes, de 17'30 horas a 21'00 horas. Del 6 de Mayo al 17 de Junio de 2008.

**Memoria:** Versará sobre la aplicación al aula de los contenidos y materiales estudiados.

**Introducción:** Las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) están evolucionando de forma rápida y permanente introduciendo cambios tanto en los contenidos como en las clases. Los medios audiovisuales, los ordenadores e Internet constituyen hoy día una herramienta educativa de primer orden, que cuenta con un gran número de prestaciones para facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje. El objetivo del curso es estudiar el manejo de estas tecnologías y sus posibilidades didácticas en ESO y Bachillerato para el tratamiento de contenidos específicos de Matemáticas.

## Objetivos:

- ❑ Analizar las características y prestaciones de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) y estudiar el manejo de estas tecnologías.
- ❑ Estudiar la utilidad de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) para tratar diversos temas del currículo de matemáticas en ESO y Bachillerato, aprovechando las posibilidades de acceso instantáneo a la información y de trabajo con gráficas, expresiones algebraicas, simulaciones, construcciones geométricas y animaciones.
- ❑ Analizar las posibilidades didácticas de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la clase de matemáticas.

## Contenidos:

1ª SESIÓN: ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA CON PROGRAMAS DE CÁLCULO SIMBÓLICO.

2ª SESIÓN: SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA.

3ª SESIÓN: ANÁLISIS DE FUNCIONES CON ASISTENTES MATEMÁTICOS.

4ª SESIÓN: ANÁLISIS DE DATOS CON PAQUETES ESTADÍSTICOS Y HOJAS DE CÁLCULO.

5ª SESIÓN: PROBABILIDAD E INFERENCIA ESTADÍSTICA CON PAQUETES ESTADÍSTICOS Y HOJAS DE CÁLCULO.

6ª SESIÓN: INTERNET COMO RECURSO EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS.

7ª SESIÓN: LOS MEDIOS AUDIOVISUALES EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS.

## Software:

A lo largo del curso se utilizarán los siguientes programas:

DERIVE, CABRI, POLY, TESS, FRACTINT, FRACTREE, MSWINLOGO, FUNCGRAF, FUNCIONES PARA WINDOWS, PRGLIN, STATGRAPHICS, EXCEL, POWER-POINT.

## Descripción:

### 1) ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA CON PROGRAMAS DE CÁLCULO SIMBÓLICO.

Las diferentes demandas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas requieren instrumentos modernos de aprendizaje. Las herramientas de aprendizaje permiten a los estudiantes aprender de forma individualizada, controlando resultados y corrigiendo errores. La utilización significativa de las herramientas de aprendizaje es un entrenamiento para la vida profesional y pretende reforzar y asegurar las destrezas aritméticas, aplicar los conocimientos adquiridos a actividades interdisciplinarias, incluir modelizaciones e interpretaciones de problemas matemáticos.

Los programas de cálculo simbólico son herramientas para el aprendizaje de las matemáticas. Permiten a los estudiantes desarrollar su capacidad matemática y usar los conceptos matemáticos en diversos contextos. Con estos programas se puede trabajar fácilmente con vectores y matrices, lo que facilita el trabajo con sistemas de ecuaciones lineales y con expresiones analíticas de formas geométricas, en particular las transformaciones geométricas.

En esta sesión se estudiará el manejo elemental del programa de cálculo simbólico DERIVE para realizar algunas operaciones básicas habituales en aritmética y álgebra. Se analizarán las posibilidades del programa para operar con fracciones, potencias y radicales, efectuar cálculos con logaritmos, operaciones con polinomios, simplificar y factorizar expresiones algebraicas, resolver ecuaciones polinómicas y de otros tipos. Se utilizará el programa DERIVE para analizar la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales, cálculo de determinantes, y operaciones con vectores en diversos contextos. Se analizará el uso de DERIVE para el tratamiento didáctico de las matrices en la resolución de problemas.

## Contenidos:

- ❑ Aritmética y Álgebra con Derive:
  - La ventana Álgebra: introducción y edición de expresiones.
  - Operaciones con expresiones. Los botones Simplificar, Calcular, Substituir.
  - Operaciones con expresiones paso a paso: una ayuda para estudiar álgebra.
  - CAS: Cálculo Algebraico y Simbólico. Fórmulas, polinomios, ecuaciones.
- ❑ Cálculo aritmético:
  - Notación científica y de coma flotante.
  - Números enteros. Operaciones combinadas. Uso del paréntesis.
  - Operaciones con fracciones, decimales y porcentajes.
  - Operaciones con potencias y radicales. Cálculo con logaritmos.
  - Valor absoluto, parte entera, parte fraccionaria.
  - Operaciones con ángulos. Grados y radianes. Medidas de tiempo.
  - Números complejos.
- ❑ Cálculo algebraico:
  - Introducción de texto, fórmulas y variables.
  - Operaciones con polinomios y fracciones algebraicas: desarrollo, factorización, simplificación, aproximación.
  - Resolución de ecuaciones polinómicas y no polinómicas.

□ Vectores y matrices como estructuras de datos:

- Redes y ecuaciones lineales.
- Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con DERIVE.
- Resolución de problemas mediante sistemas de ecuaciones.
- Edición de matrices con DERIVE. Operaciones con matrices.
- Producto de matrices. Inversa de una matriz. Rango de una matriz.
- Aplicaciones de las matrices: matrices estocásticas, matriz de un grafo, criptografía, evolución de poblaciones, procesos de fabricación.
- Determinantes. Ecuaciones matriciales.
- Aplicaciones de los determinantes. Método de la matriz inversa.

## 2) SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA.

Los programas de Geometría dinámica permiten hacer dibujos y construcciones geométricas paso a paso, analizando el proceso seguido y, además, se pueden animar las figuras obtenidas. Se puede medir o modificar las coordenadas de puntos, la amplitud de ángulos, etc. Estos programas contienen además herramientas para dibujar puntos, hallar puntos de intersección, dibujar bisectrices de ángulos, construir polígonos, trazar circunferencias y cónicas, efectuar rotaciones, reflexiones o simetrías, traslaciones, dilataciones, contracciones, etc. Por otra parte, estos programas son una potente herramienta para resolver triángulos, trabajar con expresiones trigonométricas, representar gráficas de funciones circulares y sus inversas, y resolver ecuaciones trigonométricas.

Además, con estos programas es muy fácil construir lugares geométricos. Una vez obtenidos estos, es posible obtener automáticamente sus ecuaciones. También es posible dibujar cónicas y obtener sus elementos característicos (vértices, centro, focos, asíntotas, etc), así como su ecuación. Con algunos de estos programas es posible generar estructuras fractales. Algunos programas de Geometría dinámica (y también DERIVE) disponen además de la presentación de la pantalla 3D en la que podemos visualizar gráficas de funciones del tipo  $z = f(x, y)$ , que podemos girar y visualizar de diversas formas. En particular, podemos representar planos y estudiar sus posiciones relativas, estudiando el sistema formado por sus ecuaciones. Además, con DERIVE es posible dibujar curvas en coordenadas polares y paramétricas.

En esta sesión se analizarán las posibilidades de CABRI para tratar el currículo habitual de Geometría de la ESO y del Bachillerato, especialmente en lo concerniente a las construcciones geométricas elementales, las transformaciones geométricas (isometrías y movimientos) y la trigonometría (funciones circulares, resolución de triángulos, etc). También se estudiarán las prestaciones de otros programas de geometría como TESS (para el diseño de mosaicos y el estudio de los grupos de isometrías), POLY para el estudio de los poliedros, FRACTINT, FRACTREE y MSWINLOGO para el diseño de estructuras fractales, así como la representación de superficies en el espacio mediante DERIVE. Estudiaremos también las curvas planas dadas en coordenadas polares y analizaremos sus ecuaciones paramétricas.

### Contenidos:

□ Construcciones geométricas:

- Dibujo de puntos. Coordenadas.
- Dibujo de figuras geométricas: polígonos, circunferencias, etc. Animación.
- Intersecciones de rectas, bisectrices de ángulos.
- Dibujo de formas libres a mano alzada. Inserción de texto.

- Movimientos:
  - Traslaciones, giros, simetrías.
  - Contracciones y dilataciones.
- Trigonometría:
  - Representación gráfica de las funciones circulares.
  - Resolución de ecuaciones trigonométricas.
  - Uso de las funciones circulares para resolver triángulos cualesquiera.
  - Problemas topográficos.
- Construcción de lugares geométricos en el plano:
  - Construcción paso a paso.
  - Ecuaciones de lugares geométricos.
- Representación gráfica de cónicas, curvas y superficies:
  - Ecuaciones de cónicas.
  - Dibujo de cónicas.
  - Elementos de las cónicas: focos, vértices, directriz, centro, radio, etc.
  - Curvas en coordenadas polares y paramétricas.
  - Generación y simulación de curvas mecánicas
  - Visualización de superficies en la pantalla 3D.
- Diseño y construcción de fractales
  - Autosemejanza y recursividad
  - Fractales clásicos y fractales tipo árbol.
- Resolución gráfica y algebraica de problemas de geometría analítica:
  - Resolución de problemas de geometría analítica usando vectores.
  - Resolución de problemas de geometría analítica usando matrices.
  - Posiciones relativas de planos en el espacio.
  - Ecuaciones matriciales de las transformaciones geométricas.

### 3) ANÁLISIS DE FUNCIONES CON ASISTENTES MATEMÁTICOS.

Con asistentes matemáticos podemos obtener fácilmente gráficas de funciones cartesianas. Además podemos utilizar herramientas para obtener máximos, mínimos, puntos de corte con los ejes, etc. Podemos recorrer la gráfica visualizando en pantalla las coordenadas de los puntos. Podemos visualizar la derivada en cada punto.

Los asistentes matemáticos permiten distintos modos de representación gráfica de sucesiones, según que estén dadas de forma recurrente o de forma habitual. Una de ellas es la opción Web (tela de araña) que se ha hecho muy popular con la teoría del caos. Los programas de cálculo simbólico permiten obtener algebraicamente límites, derivadas e integrales de funciones (además de sumatorios, productos, series de Taylor, etc). De esta forma es posible practicar técnicas algebraicas de cálculo de límites, derivadas e integrales y se facilita el estudio de las aplicaciones del cálculo diferencial e integral a otras materias. En particular a la Física y la Economía, ya que con ellos es posible resolver ecuaciones diferenciales. Los asistentes matemáticos y algunos programas específicos permiten resolver gráficamente problemas relativos a inecuaciones lineales y programación lineal.

En esta sesión estudiaremos algunas posibilidades de los programas FUNCGRAF, DERIVE y FUNCIONES PARA WINDOWS para realizar gráficas de funciones y analizar dichas gráficas global y localmente. Estudiaremos también algunas posibilidades de estos programas para tratar los contenidos habituales de Sucesiones y Cálculo diferencial e integral que aparecen en ESO y Bachillerato, como por ejemplo, el cálculo de áreas y la resolución de problemas por integración.

Se estudiarán también las posibilidades de DERIVE y PRGLIN para resolver gráficamente sistemas de inecuaciones lineales y problemas de programación lineal.

### **Contenidos:**

- Representación gráfica de funciones:
  - Funciones y tablas de valores. Ventana de visualización.
  - Ampliación de una gráfica y de una tabla.
  - Introducción, edición, almacenamiento y recuperación de expresiones.
  - Estilos y formato de gráficos. Visualización de gráficos.
  - Funciones polinómicas, racionales, irracionales, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas.
  - Gráficos dinámicos. Funciones definidas a intervalos.
  - Funciones inversas. Funciones hiperbólicas.
- Representación gráfica de sucesiones:
  - Generación de sucesiones.
  - Sucesiones recursivas y sucesiones implícitas.
  - Gráficos de sucesiones definidas por iteración y recurrencia.
- Cálculo de límites, derivadas e integrales:
  - Límites de funciones.
  - Derivadas puntuales numéricas.
  - Límites y derivadas formales con DERIVE.
  - Optimización de funciones. Máximos, mínimos, puntos de inflexión.
  - Integración numérica e integración formal con DERIVE.
  - Aplicaciones de las integrales: áreas, volúmenes, resolución de problemas.
  - Ecuaciones diferenciales.
- Programación lineal:
  - Resolución gráfica de sistemas de inecuaciones lineales.
  - Resolución de problemas de Programación lineal con PRGLIN.

## **4) ANÁLISIS DE DATOS CON PAQUETES ESTADÍSTICOS Y HOJAS DE CÁLCULO.**

Para adquirir una visión crítica de las fuentes de información y desarrollar capacidades como la de búsqueda, selección, control y evaluación de la información, es necesario realizar experiencias que permitan conocer y aplicar técnicas matemáticas adecuadas y recursos tecnológicos apropiados.

Los paquetes estadísticos y las hojas de cálculo permiten representar fácilmente los datos, calcular medidas de centralización y dispersión, obtener parámetros de variables estadísticas, hallar ecuaciones de curvas de ajuste, etc. De esta forma es posible describir y analizar los datos estadísticos, sin que la preocupación fundamental resida en los cálculos, sino en la interpretación de los resultados.

En esta sesión se estudiarán las posibilidades de STATGRAPHICS y EXCEL para trabajar con datos estadísticos, representar gráficamente informaciones y obtener parámetros estadísticos, analizar e interpretar la información contenida en un conjunto de datos.

### **Contenidos:**

#### □ Estadística descriptiva y análisis de regresión:

- Tablas y gráficos estadísticos.
- Parámetros estadísticos. Medidas de centralización y dispersión.
- Manejo elemental de EXCEL y STATGRAPHICS.
- Los menús de edición y cálculo estadístico.
- Características de las gráficas y modelos funcionales.
- Análisis estadístico de datos. Comparaciones de muestras.
- Relaciones entre variables. Diagramas de dispersión. Coeficiente de correlación.
- Ajuste de una nube de puntos. Regresión lineal.
- Recta de mínimos cuadrados.
- Regresión no lineal.
- EXCEL y STATGRAPHICS como recursos para analizar procesos periódicos.

### **5) PROBABILIDAD E INFERENCIA ESTADÍSTICA CON PAQUETES ESTADÍSTICOS Y HOJAS DE CÁLCULO.**

A partir de los datos muestrales se asigna una probabilidad a cada uno de los datos, usando las frecuencias relativas. La forma de los histogramas correspondientes permite introducir el concepto de modelo probabilístico. El modelo que aparece con más frecuencia es el definido por la curva normal.

Los paquetes estadísticos y las hojas de cálculo permiten obtener con facilidad números combinatorios, factoriales, áreas bajo la curva normal y valores de la distribución binomial. Permiten también generar números aleatorios y hacer simulaciones.

En esta sesión estudiaremos algunas de las posibilidades de EXCEL y STATGRAPHICS para el estudio de la Probabilidad en ESO y Bachillerato

El estudio de la Estadística inferencial es realmente muy difícil si no se utilizan recursos apropiados.

Los paquetes estadísticos y algunas hojas de cálculo son potentes herramientas que, gracias a sus prestaciones, permiten ayudar al estudiante en la tarea de seleccionar muestras, obtener estimaciones de parámetros, determinar intervalos de confianza, validar hipótesis, etc.

En esta sesión estudiaremos algunas de las posibilidades de EXCEL y STATGRAPHICS para el estudio de la Inferencia Estadística

## **Contenidos:**

### **□ Modelos probabilísticos:**

- Asignación de probabilidades. Técnicas de recuento.
- Factoriales y números combinatorios.
- Tablas de contingencia y diagramas de árbol.
- Modelos probabilísticos binomial, normal y exponencial con EXCEL y STATGRAPHICS.
- Simulación. Leyes de los grandes números.

### **□ Inferencia estadística:**

- Números aleatorios. Tipos de muestreo.
- Selección de muestras con EXCEL y STATGRAPHICS.
- Comportamiento de los parámetros muestrales en relación con los poblacionales. Distribuciones muestrales. Simulaciones con EXCEL y STATGRAPHICS.
- Estimación puntual e intervalos de confianza.
- Tests de hipótesis. Resolución de problemas sobre medias y proporciones.

## **6) INTERNET COMO RECURSO EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS**

El uso de Internet se ha generalizado en los últimos años de forma espectacular, de manera que está presente en casi todas las actividades humanas. En la actualidad podemos encontrar una enorme cantidad de materiales e información en la red, listos para ser usados en las aulas. En esta sesión pretendemos:

- Analizar las posibilidades didácticas de los distintos recursos de la red en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Secundaria y Bachillerato: búsqueda de materiales y recursos, páginas interactivas, páginas temáticas.
- Estudiar la utilidad de los recursos de Internet para desarrollar proyectos telemáticos con los estudiantes de E.S.O. y Bachillerato: geometría dinámica a través de la red, ciber–revista escolar de matemáticas, etc.
- Analizar las posibilidades de Internet para favorecer procesos de construcción de pensamiento matemático (explorar, conjeturar, generalizar, representar situaciones por medio de estructuras discretas, etc).
- Potenciar el uso de las nuevas tecnologías en el aula de matemáticas.

## **Contenidos:**

### **□ Manejo elemental de Internet**

- Consulta de páginas web. Buscadores.
- Diseño de una página web.

- Internet como recurso en la E.S.O.
  - Consulta de datos, tablas y gráficos estadísticos: página web del INE, página web del Ayuntamiento de Valencia, páginas web de periódicos, revistas, medios de comunicación, etc.
  - Páginas web sobre estadística y probabilidad con animaciones y applets, resolución de problemas: Olimpiadas matemáticas, Canguro 2000, etc.
  - Páginas web sobre la sección áurea y su relación con el arte, la historia y la naturaleza, construcciones geométricas.
  - Páginas web sobre números primos, enteros, fracciones y Sistema Métrico Decimal.
  - Páginas web sobre gráficas interactivas y animaciones de funciones lineales y elementales.
- Internet como recurso en las Matemáticas de Bachillerato.
  - Consulta de páginas web sobre Álgebra, Cálculo y Gráficas interactivas de funciones.
  - Páginas web con actividades sobre Geometría y fractales.
  - Páginas web con enlaces a sitios con problemas de Selectividad.
  - Páginas con actividades y apuntes para los estudiantes de Bachillerato.
  - Páginas web con información de recursos tecnológicos, como calculadoras gráficas y software.
- Páginas interactivas: proyecto Descartes, Cabri–Java, etc.
- Ejemplos de proyectos telemáticos en ESO y Bachillerato:
  - Matemática discreta; Grafos, colores y números cromáticos; Criptografía; Música y matemáticas; Medidas.
  - Geometría dinámica y construcciones geométricas en Internet; Juegos y simulaciones.
  - Ciber–revista de matemáticas; Geometría de los eclipses; Historia del Álgebra y la Geometría.
- Páginas temáticas.
  - Páginas web sobre Números, Álgebra, Estadística, Problemas, Geometría, Funciones y Cálculo.
  - Páginas web sobre Juegos matemáticos, Historia de las Matemáticas.
  - Páginas web sobre Software.
- Páginas con recursos para el profesorado.
  - Páginas de popularización de las matemáticas.
  - Páginas de instituciones oficiales.
  - Webs de Sociedades de profesores de matemáticas.

## 7) LOS MEDIOS AUDIOVISUALES EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS.

El uso de medios audiovisuales, como el video-proyector, en compañía del ordenador y del DVD plantea un nuevo enfoque de la dinámica de las clases. En la actualidad, gracias a las posibilidades multimedia de estas tecnologías, podemos sustituir las clásicas pizarras por la proyección del monitor del ordenador del profesor sobre una pantalla. De esta forma, el profesor puede hacer explicaciones sobre la imagen proyectada, resulta más rápida y eficiente la creación de imágenes, se pueden mostrar animaciones que simulan demostraciones de teoremas geométricos o de otras partes de las matemáticas, se pueden visualizar presentaciones de PowerPoint, vídeos educativos o películas sobre algunos aspectos de las matemáticas.

En esta sesión se analizarán las posibilidades didácticas de PowerPoint para el aprendizaje de las matemáticas, especialmente en lo referente al uso de animaciones y su aplicación para el estudio dinámico de propiedades geométricas, numéricas, gráficas y algebraicas.

También se visualizarán y analizarán algunos vídeos educativos de matemáticas, estudiándose sus posibilidades para la enseñanza y aprendizaje.

### Contenidos:

- El uso de PowerPoint en la clase de matemáticas
  - Manejo elemental del programa.
  - Creación de presentaciones de diapositivas.
  - Diseño y creación de animaciones.
  - Ejemplos del uso de presentaciones en la clase de matemáticas.
  - Animaciones de Geometría.
  - Animaciones de Gráficas.
- El uso del vídeo en la clase de matemáticas
  - Visualización de vídeos educativos de matemáticas:
    - ⇒ Donald en el país de las matemáticas.
    - ⇒ Potencias de 10.
    - ⇒ Serie de TV “Más por menos”.
    - ⇒ Serie de TV “Universo matemático”.
  - Análisis de los vídeos educativos anteriores y sus posibilidades en la clase de matemáticas.

---

## MATERIALES NECESARIOS PARA IMPARTIR EL CURSO:

---

- Video-proyector para ordenador del ponente.
  - Aula con 30 ordenadores para los asistentes (mínimo 20 ordenadores, 2 personas por ordenador).
  - Es necesario que el aula disponga de red, que los ordenadores estén en red y se disponga de Internet.
-