

GEOMETRÍA DINAMICA Y ESTADÍSTICA CON LA CLASSPAD 300 Y LA FX-9860G SD

6. MODELOS PROBABILÍSTICOS

MUESTRAS ALEATORIAS Y e-ACTIVIDADES

CASIO®

MAURICIO CONTRERAS

PROBABILIDAD

Introducción

A partir de los datos muestrales se asigna una probabilidad a cada uno de los datos, usando las frecuencias relativas. La forma de los histogramas correspondientes permite introducir el concepto de modelo probabilístico. El modelo que aparece con más frecuencia es el definido por la curva normal.




La calculadora ClassPad 300 permite obtener con facilidad números combinatorios, factoriales, áreas bajo la curva normal y valores de la distribución binomial.

En esta sesión estudiaremos algunas de las posibilidades de la ClassPad 300 para el estudio de la Probabilidad en ESO y Bachillerato.





1. Modelos probabilísticos

1. SIMULACIÓN Y PROBABILIDAD

- **Generación de números aleatorios**
- La función "rand" del catálogo (teclado virtual [cat]) genera números aleatorios. Si no se indica un argumento, "rand" genera valores aleatorios comprendidos entre 0 y 1 con 10 dígitos decimales. Cuando se indican dos valores enteros como argumentos, se generan números aleatorios entre dichos valores.

Problema	Utilice este teclado:				Operación
	mth	abc	cat	2D	
Generar números aleatorios entre 0 y 1.			Func		[rand] 
Generar números aleatorios entre 1 y 6.			Func		[rand] 1  6 

- La función "randList" del catálogo (teclado virtual [cat]) puede generar una lista cuyos elementos contengan números aleatorios. La sintaxis es la siguiente: rangList(n, [, a, b])
- Si se omiten los argumentos a y b, se genera una lista de n elementos que contiene valores aleatorios decimales. Si se indican los argumentos a y b, se genera una lista con n elementos que contiene valores aleatorios enteros comprendidos entre a y b.

Problema	Utilice este teclado:				Operación
	mth	abc	cat	2D	
Generar una lista de tres elementos que contenga valores aleatorios decimales.			Func		[randList] 3 
Generar una lista de cinco elementos que contenga valores aleatorios entre 1 y 6.			Func		[randList] 5  1  6 

- El comando "randSeed" del catálogo (teclado virtual [cat]) configura la generación de números aleatorios (que pueden ser secuenciales o no secuenciales), indicando un patrón para la generación secuencial de números aleatorios. El argumento puede indicar un número entero entre 0 y 9. El número 0 indica generación no secuencial. Un número entre 1 y 9 actúa como semilla para la generación de números aleatorios secuenciales. Una vez usado el comando "randSeed", los números aleatorios que se generen por la Classpad seguirán siempre el mismo patrón aleatorio.

Problema	Utilice este teclado:				Operación
	mth	abc	cat	2D	
Generar números aleatorios secuenciales usando 3 como semilla.			Cmd		[RandSeed] 3 [EXE]
Generar el primer valor. Generar el segundo valor. Generar el tercer valor.			Func		[rand] [EXE] [rand] [EXE] [rand] [EXE]

- Cálculo combinatorio**
- También podemos utilizar las funciones específicas nPr(y nCr(del teclado virtual [cat] para obtener el número de variaciones, permutaciones y/o combinaciones. Esto es especialmente útil en la resolución de algunos problemas de probabilidad.

Problema	Utilice este teclado:				Operación
	mth	abc	cat	2D	
¿Cuántas permutaciones diferentes son posibles cuando tiene 10 objetos diferentes y ordena cuatro de ellos a la vez? ${}_{10}P_4 = 5040$	CALC		Func		${}_{10}P_4$ [EXE]
¿Cuántas combinaciones diferentes son posibles cuando tiene 10 objetos diferentes y quita cuatro a la vez? ${}_{10}C_4 = 210$	CALC		Func		${}_{10}C_4$ [EXE]
¿De cuántas formas se pueden ordenar las 40 cartas de una baraja española?	CALC				40! [EXE]
¿Cuál es la probabilidad de acertar la combinación ganadora en la lotería primitiva?	CALC		Func		[nCr] 49 [,] 6 [EXE]

2. DISTRIBUCIÓN NORMAL

Todos los cálculos estadísticos con distribuciones se hacen dentro de un programa. Es decir, para obtener probabilidades utilizando la distribución normal, hay que iniciar previamente la aplicación Programas.


- **Densidad de probabilidad normal**

- El comando NormPD (que se obtiene en el teclado virtual [cat], dentro de la aplicación Programas) calcula la densidad de probabilidad de la distribución normal para un valor x. Utiliza para ello la

expresión $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$. La sintaxis del comando es: **NormPD** x, σ , \bar{x} siendo x el dato, σ la desviación típica y \bar{x} la media.

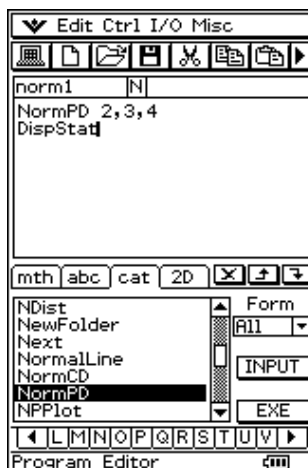
- Si X es una variable aleatoria normal de media 4 y desviación típica 2, calcula p(X=3). Sigue los siguientes pasos:




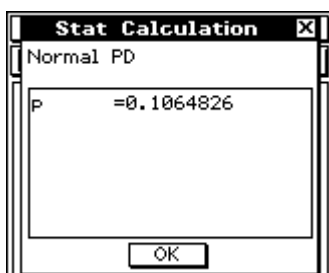
- 1) En el menú de aplicaciones toca el botón . Se inicia la aplicación programas, mostrando el editor de programas. Selecciona el comando Edit / Archivo nuevo. En la siguiente ventana introduce como nombre del archivo norm1 y toca el botón [Acep.].




- 2) En la siguiente ventana, toca el botón del teclado virtual [cat] y selecciona Todo en la lista desplegable Forma. En el catálogo de comandos selecciona NormPD y toca el botón [INTRO] para introducir la función NormPD en la ventana de edición del programa. Con ayuda del teclado virtual [math] completa el comando NormPD 3,2,4. Toca el botón [Ejec.]. En la siguiente línea del programa selecciona el comando E/S / Visualización / DispStat.



- 3) Selecciona el comando Edit / Guardar archivo. A continuación selecciona el comando  /Cargador programa. En la lista desplegable Carpeta selecciona la carpeta donde está guardado el programa, en nuestro caso, la carpeta principal main. En la lista desplegable Nombre selecciona el nombre del programa, norm1. Haz clic en el botón [▶] o selecciona el comando Ejecutar / Ejecutar programa. Aparece una pantalla con el resultado del cálculo estadístico.



- Si X es una variable aleatoria normal estándar, calcula $p(X=0,6)$. Utiliza para ello un programa con los comandos NormPD 0.6, 0, 1 y DispStat.
- Representa gráficamente las curvas normales $N(7, 1'5)$, $N(10, 2)$ y $N(14, 3)$. Compara las curvas obtenidas. Calcula respectivamente en cada caso $p(X=7)$, $p(X=10)$ y $p(X=14)$. Sigue los siguientes pasos:

1) En el menú de aplicaciones toca el botón  para abrir la aplicación Gráficos y Tablas. Toca la primera línea para situar el cursor junto a Y1=.

2) Pulsa [KEYBOARD] para ver el teclado virtual. Toca el botón [2D] y utiliza dicho teclado para introducir la fórmula de la función de densidad normal $N(7, 1'5)$, es decir:

$$Y1 = \frac{1}{1'5 \times \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-7)^2}{2 \times 1'5^2}}$$



Pulsa el cuadro de marcación de Y1 para seleccionar dicha función.

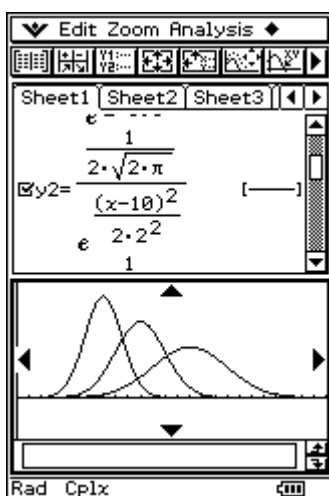
3) Usa el mismo procedimiento para introducir en las líneas Y2 e Y3 las fórmulas de las funciones

de densidad normales $N(10, 2)$ y $N(14, 3)$, es decir: $Y2 = \frac{1}{2 \times \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-10)^2}{2 \times 2^2}}$,

$$Y3 = \frac{1}{3 \times \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-14)^2}{2 \times 3^2}}$$

Selecciona los cuadros de marcación de las funciones Y2 e Y3.

- 4) Toca el botón  para acceder al cuadro de configuración de la ventana de visualización. Introduce los siguientes valores: Xmin=0, Xmax=25, Ymin=-0,1, Ymax=0,3. Toca el botón [Acep.].
- 5) Toca el botón  para dibujar las curvas normales seleccionadas.
- 6) Selecciona el comando **Análisis / Trazo**. Utiliza las teclas de flecha para situar el cursor en la curva normal N(7, 1'5). Pulsa [7] y toca el botón [Acep.] del cuadro de diálogo Introducir valor. Observa que aparece en pantalla el valor de $p(X=7)$ siendo X una variable normal N(7, 1'5).
- 7) De la misma forma, calcula el valor de $p(X=10)$ en la curva N(10, 2) y el valor de $p(X=14)$ en la curva N(14, 3).

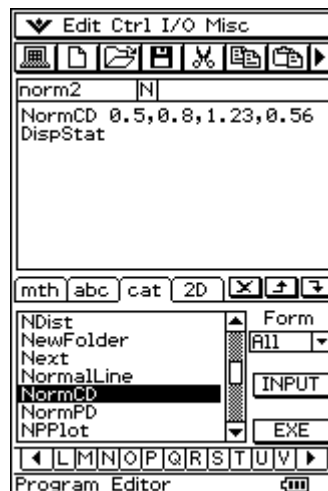



• **Probabilidad normal acumulada**

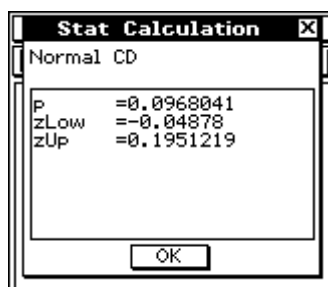
- El comando NormCD (situado en el teclado virtual [cat]) calcula la probabilidad de que una variable aleatoria normal tome valores comprendidos entre a y b, utilizando la expresión:

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \cdot \int_a^b e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \cdot dx$$
 La sintaxis del comando es: **NormCD a, b, σ , \bar{x}** , siendo a y b los extremos inferior y superior del intervalo.


- Si X es una variable aleatoria normal de media 0,56 y desviación típica 1,23, calcula $p(0,5 \leq X \leq 0,8)$. Sigue los siguientes pasos:
 - 1) En el editor de programas de la aplicación Programas, selecciona el comando **Edit / Archivo nuevo**. En la siguiente ventana introduce como nombre del archivo norm2 y toca el botón [Acep.].
 - 2) En la siguiente ventana, toca el botón del teclado virtual [cat] y selecciona **Todo** en la lista desplegable **Forma**. En el catálogo de comandos selecciona **NormCD** y toca el botón [INTRO] para introducir dicha función en la ventana de edición del programa. Con ayuda del teclado virtual [math] completa el comando NormCD 0.5, 0.8, 1.23, 0.56. Toca el botón [Ejec.]. En la siguiente línea del programa selecciona el comando **E/S / Visualización / DispStat**.



- 3) Selecciona el comando Edit / Guardar archivo. A continuación selecciona el comando  /Cargador programa. En la lista desplegable Carpeta selecciona la carpeta donde está guardado el programa, en nuestro caso, la carpeta principal main. En la lista desplegable Nombre selecciona el nombre del programa, norm2. Haz clic en el botón [▶] o selecciona el comando Ejecutar / Ejecutar programa. Aparece una pantalla con el resultado del cálculo estadístico, en el que se indica que $p(0,5 \leq X \leq 0,8) = 0.0968041$.





- Si X es una variable aleatoria normal de media 4 y desviación típica 2, calcula $p(2 \leq X \leq 4)$. Repite el mismo cálculo para una variable aleatoria normal de media 6 y desviación típica 3. Utiliza para ello programas con los comandos NormCD 2, 4, 2, 4 , NormCD 2, 4, 3, 6 y DispStat.
- Representa gráficamente las curvas normales N(4, 2) y N(6, 3) y compáralas. Sigue los siguientes pasos:

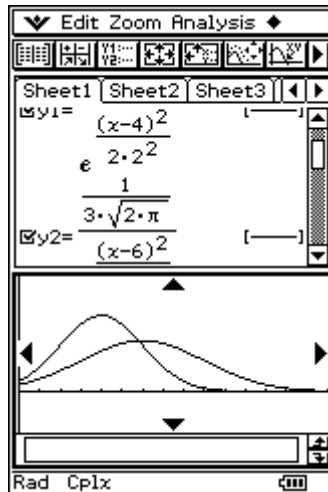
1) En el menú de aplicaciones toca el botón  para abrir la aplicación Gráficos y Tablas. Toca la primera línea para situar el cursor junto a Y1=.

2) Pulsa [KEYBOARD] para ver el teclado virtual. Toca el botón [2D] y utiliza dicho teclado para introducir la fórmula de la función de densidad normal N(4, 2), es decir: $Y1 = \frac{1}{2 \times \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-4)^2}{2 \times 2^2}}$.

Pulsa el cuadro de marcación de Y1 para seleccionar dicha función.

3) Usa el mismo procedimiento para introducir en la línea Y2 la fórmula de la función de densidad normal N(6, 3), es decir: $Y2 = \frac{1}{3 \times \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-6)^2}{2 \times 3^2}}$. Selecciona el cuadro de marcación de la función Y2.

- 4) Toca el botón  para acceder al cuadro de configuración de la ventana de visualización. Introduce los siguientes valores: Xmin=0, Xmax=15, Ymin=-0,1, Ymax=0,3. Toca el botón [Acep.].
- 5) Toca el botón  para dibujar las curvas normales seleccionadas.
- 6) Con la ventana de gráficos activa, selecciona el comando Análisis / Trazo. Utiliza las teclas de flecha para situar el cursor en cada una de las gráficas. Compara los valores obtenidos en cada una de ellas.

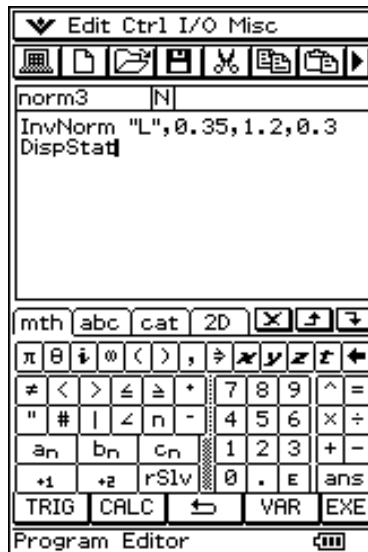



- **Cuantiles de una distribución normal**
- El comando InvNorm (situado en el teclado virtual [cat]) calcula los cuantiles de una variable aleatoria normal cuando se dan como datos las probabilidades respectivas. Es decir, suponiendo que introducimos como dato la probabilidad de la normal p, se trata de hallar los límites del intervalo, tal como se indica en la siguiente figura:

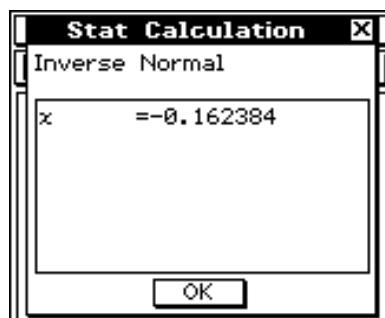
$\int_{-\infty}^{\alpha} f(x)dx = p$	$\int_{\alpha}^{+\infty} f(x)dx = p$	$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = p$
Cola: Izquierda	Cola: Derecha	Cola: Central
Límite superior del intervalo de integración	Límite inferior del intervalo de integración	Límites superior e inferior del intervalo de integración
$\alpha = ?$	$\alpha = ?$	$\alpha = ? \quad \beta = ?$

- La sintaxis del comando es: InvNorm "cola", área(probabilidad), σ , \bar{x}
- siendo cola= $\begin{cases} L, \text{ si es cola a la izquierda} \\ R, \text{ si es cola a la derecha} \\ C, \text{ si es cola central (intervalo finito)} \end{cases}$ y siendo área = probabilidad
- Si X es una variable aleatoria normal de media 0,3 y desviación típica 1,2, calcula el valor A, tal que $p(X \leq A) = 0,35$. Sigue los siguientes pasos:

- 1) En el editor de programas de la aplicación Programas, selecciona el comando Edit / Archivo nuevo. En la siguiente ventana introduce como nombre del archivo norm3 y toca el botón [Acep.].
- 2) En la siguiente ventana, toca el botón del teclado virtual [cat] y selecciona Todo en la lista desplegable Forma. En el catálogo de comandos selecciona InvNorm y toca el botón [INTRO] para introducir dicha función en la ventana de edición del programa. Con ayuda del teclado virtual [math] completa el comando InvNorm "L", 0.35, 1.2, 0.3. Toca el botón [Ejec.]. En la siguiente línea del programa selecciona el comando E/S / Visualización / DispStat.



- 3) Selecciona el comando Edit / Guardar archivo. A continuación selecciona el comando  /Cargador programa. En la lista desplegable Carpeta selecciona la carpeta donde está guardado el programa, en nuestro caso, la carpeta principal main. En la lista desplegable Nombre selecciona el nombre del programa, norm3. Haz clic en el botón [▶] o selecciona el comando Ejecutar / Ejecutar programa. Aparece una pantalla con el resultado del cálculo estadístico.



- Si X es una variable aleatoria normal de media 4 y desviación típica 2, calcula los extremos A y B , de forma que $p(A \leq X \leq B) = 0,75$. Utiliza para ello un programa con los comandos InvNorm "C", 0,75, 2,4 y DispStat.
- Si X es una variable aleatoria normal de media 5 y desviación típica 1,5, calcula el valor B , tal que $p(X \geq B) = 0,57$. Utiliza un programa con los comandos InvNorm "R", 0,57, 1,5, 5 y DispStat.

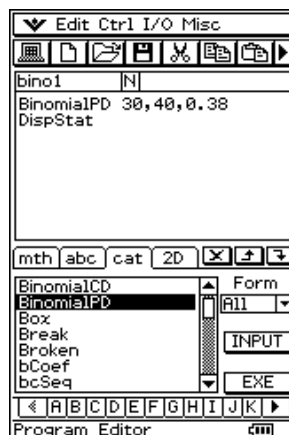
3. DISTRIBUCIÓN BINOMIAL


- **Densidad de probabilidad binomial**

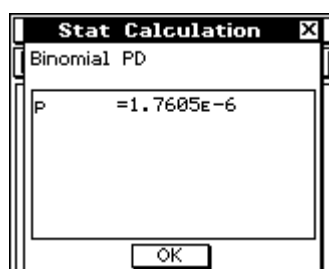
- El comando BinomialPD (que se obtiene en el teclado virtual [cat]) calcula la densidad de probabilidad de la distribución binomial para un valor x. Utiliza para ello la expresión $f(x) = nCx \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x} = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$, con $x=0, 1, 2, \dots, n$; siendo p=probabilidad de éxito en una prueba y n el número de pruebas independientes. La sintaxis del comando es: **BinomialPD x, n, p** siendo x el dato, n el número de pruebas independientes y p la probabilidad de éxito en una prueba.

- Si X es una variable aleatoria que sigue una distribución binomial de parámetros n=40 y p=0,38, calcula p(X=30), es decir, la probabilidad de obtener 30 éxitos en 40 pruebas. Sigue los siguientes pasos:

- 1) En el editor de programas de la aplicación Programas, selecciona el comando Edit / Archivo nuevo. En la siguiente ventana introduce como nombre del archivo bino1 y toca el botón [Acep.].
- 2) En la siguiente ventana, toca el botón del teclado virtual [cat] y selecciona Todo en la lista desplegable Forma. En el catálogo de comandos selecciona BinomialPD y toca el botón [INTRO] para introducir dicha función en la ventana de edición del programa. Con ayuda del teclado virtual [math] completa el comando BinomialPD 30, 40, 0,38. Toca el botón [Ejec.]. En la siguiente línea del programa selecciona el comando E/S / Visualización / DispStat.



- 3) Selecciona el comando Edit / Guardar archivo. A continuación selecciona el comando  /Cargador programa. En la lista desplegable Carpeta selecciona la carpeta donde está guardado el programa, en nuestro caso, la carpeta principal main. En la lista desplegable Nombre selecciona el nombre del programa, bino1. Haz clic en el botón [▶] o selecciona el comando Ejecutar / Ejecutar programa. Aparece una pantalla con el resultado del cálculo estadístico.



- Lanzamos 14 monedas perfectamente equilibradas. ¿Cuál es la probabilidad de obtener exactamente 9 caras?. Utiliza para ello un programa con los comandos BinomialPD 9, 14, 0.5 y DispStat.
- Una urna contiene 3 bolas rojas y 7 verdes. Se saca una al azar, se anota el color y se reintegra a la urna. Esta experiencia se realiza 5 veces. ¿Cuál es la probabilidad de obtener tres bolas rojas?. Utiliza un programa con los comandos BinomialPD 3, 5, 0.3 y DispStat.
- **Probabilidad binomial acumulada**
- El comando BinomialCD (situado en el teclado virtual [cat]) calcula la probabilidad de que una variable aleatoria que sigue una distribución binomial tome valores menores o iguales que un valor dado a . La sintaxis del comando es: **BinomialCD a, n, p**, siendo a el valor dado, n el número de pruebas independientes y p la probabilidad de éxito en una prueba.
- Si X es una variable aleatoria que sigue una distribución binomial de parámetros $n=40$ y $p=0,38$, calcula $p(X \leq 30)$, es decir, la probabilidad de obtener como máximo 30 éxitos en 40 pruebas. Utiliza para ello un programa con los comandos BinomialCD 30, 40, 0,38 y DispStat.
- En una fábrica de bombillas se sabe que el 2% son defectuosas. Si se empaquetan en cajas de 20 unidades, calcula la probabilidad de que en una caja: a) no haya ninguna defectuosa, b) sólo haya una defectuosa, c) haya más de tres bombillas defectuosas.
- Una urna contiene 3 bolas rojas y 7 verdes. Se saca una al azar, se anota el color y se reintegra a la urna. Esta experiencia se realiza 5 veces. Calcula la probabilidad de obtener: a) menos de 3 bolas rojas, b) más de 3 bolas rojas, c) alguna bola roja.

2. Actividades

- 1) Un estudio de un fabricante de televisores indica que la duración media de un televisor es de 10 años, con una desviación típica de 0,7 años. Suponiendo que la duración media sigue una distribución normal:
 - a) Calcula la probabilidad de que un televisor dure más de 9 años.
 - b) Calcula la probabilidad de que dure entre 9 y 11 años.
- 2) La probabilidad de que un esquiador debutante se caiga en la pista es 0,4. Si lo intenta 5 veces, calcula la probabilidad de que se caiga al menos 3 veces.
- 3) En una cierta prueba, el 35% de la población examinada obtuvo una nota superior a 6, el 25%, entre 4 y 6, y el 40% inferior a 4. Suponiendo que las notas siguen una distribución normal, halla la nota media y la desviación típica. ¿Qué porcentaje de la población tiene una nota que se diferencia de la media en menos de 2 unidades?

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD CON LA FX-9860G SD

Introducción

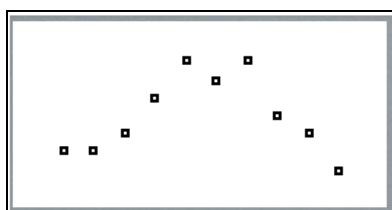
La palabra "azar" también puede significar una cierta desviación respecto de la uniformidad. Cuando vemos un grupo de cinco personas, registramos diferencias en sus estaturas y pesos bastantes fuertes. Al mismo tiempo, un grupo de cinco niños es aparentemente más pequeño que un grupo de cinco adultos. La distribución de estaturas de cinco personas se puede caracterizar como una distribución de probabilidad. Vamos a estudiar a continuación las utilidades de la nueva calculadora FX-9860G SD para el análisis de distribuciones de probabilidad.

1.- Distribuciones de probabilidad I

1. MEDIA Y DESVIACIÓN TÍPICA. DISTRIBUCIÓN NORMAL

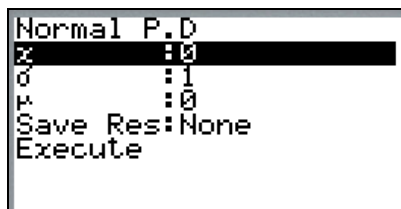
Recoge información sobre las estaturas de los compañeros de tu clase. Crea 10 grupos de estaturas, cada uno de 5 cm de anchura, centrados en la media (por ejemplo, si la media es 170 cm, los grupos van desde "menos de 150" hasta "más de 190"). Para cada grupo, cuenta el número de personas que tienen esa estatura. Escribe los resultados en una tabla de hoja de cálculo (también llamada tabla de frecuencias, que muestra las frecuencias de los estudiantes que tienen la misma estatura). Representa gráficamente los resultados.

La forma real del gráfico depende de las personas que hay en cada clase, pero, en general, los valores cercanos a la media son los más frecuentes y los valores alejados de la media tienen un carácter más excepcional. Por tanto, el gráfico obtenido puede ser diferente al siguiente, pero tendrá una forma bastante similar: los resultados más frecuentes en el centro y los menos frecuentes en los extremos.

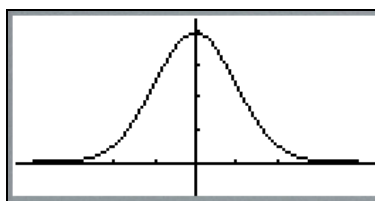


Fija el rango de las celdas de tu gráfico (graph1) de forma que sea similar al anterior. Dependiendo de las medidas reales de tu clase, los valores de Y_{min} e Y_{max} serán diferentes. La forma ideal de la distribución de un conjunto de datos está expresada por una función llamada distribución normal.

Pulsa [DIST] y después [NORM]. De nuevo pulsa [Npd] para la distribución de probabilidad normal.



La pantalla muestra ahora el significado de cada ítem. La variable x representa los datos, σ la desviación típica, μ la media. Mueve el cursor hacia abajo para seleccionar Execute y pulsa [DRAW]. Para $\sigma = 1$ y $\mu = 0$, el gráfico de la función es el siguiente:



Cambiando σ y μ resultan diferentes formas de la función de distribución normal. Su fórmula es:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Observa que la curva es simétrica respecto de la media μ . Como representa una distribución de probabilidad, la media y valores cercanos son más probables. Los valores más alejados de la media son menos probables. Esto se corresponde con la experiencia: los valores extremos son más raros.

• **ACTIVIDADES**

- 1) Calcula la desviación típica σ y la media μ para los datos de tu clase. Dibuja el gráfico con una configuración apropiada para tus valores, usando la herramienta STAT.
- 2) Cambia el valor de μ . ¿Qué efectos tienen los cambios?
- 3) De la misma forma, cambia el valor de σ . ¿Qué efectos tienen los cambios?

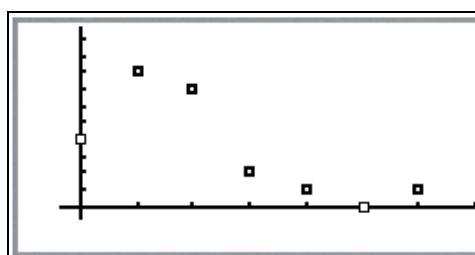
• **Soluciones**

- 1) Selecciona STAT de la pantalla de menús. Después pulsa F5, después F1 y de nuevo F1. Asigna tus valores para la media y desviación típica. Mueve el cursor para ejecutar y después selecciona F6 (DRAW). No olvides configurar las dimensiones de la pantalla con los valores apropiados usando V-Window. En general, el intervalo de valores de x será simétrico entorno a la media μ . Los valores recomendados de x están en el intervalo $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$.
- 2) Cada cambio de μ mueve los valores más probables hacia la izquierda o hacia la derecha, de forma que la media siempre se mantiene como el valor más probable.
- 3) El crecimiento de σ incrementa el intervalo de valores probables y la curva se vuelve aplastada. El decrecimiento de σ hace que la curva se haga más estrecha, porque el intervalo de valores con alta probabilidad se encoge.

2. **DISTRIBUCIÓN DE POISSON**

- c) La distribución normal no es la única. Hay otra muy frecuente que es la distribución de Poisson. Por ejemplo, el número de niños en las familias sigue esta distribución. Intenta llamar a todas las familias que conoces, averigua si tienen niños o no y forma una tabla con los datos. Dibuja un diagrama de dispersión con los datos.

SHEE	A	B	C	D
1	Child	# of families		
2	0	4		
3	1	8		
4	2	7		
5	3	2		
6	4	1		
7	5	0		
8	6	1		



Las figuras reales varían según países (y según regiones), pero siempre aparece una forma similar. La curva crece cerca de la media porque las familias con un número de niños medio son más frecuentes. En la figura, las familias con 1-2 niños son más frecuentes. Después la curva cae constantemente. La probabilidad de valores muy altos es muy pequeña, pero nunca cero. (Alguna vez se han publicado noticias de familias con 18 o 23 niños)

d) La función de la distribución de Poisson se expresa por la fórmula:

$$P(x) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}$$

donde x es el conjunto de números naturales (0, 1, 2, 3, ...) y μ es la media (un número no negativo, posiblemente con una cierta cantidad de decimales).

La gráfica para $\mu=1.5$ es la siguiente:



e) Las diferentes distribuciones de probabilidad de Poisson dependen del valor de su media μ . Para ver esta influencia inicia la aplicación STAT en la pantalla de menús. En la columna List1 introduce los valores 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, que son los posibles hijos de las familias. Pulsa [DIST] [POISN] [Ppd]. En la siguiente pantalla, en la línea μ introduce el valor 1,5. Mueve el cursor hasta la línea Execute y pulsa [F1] (CALC). Aparece una pantalla en la que se indica que si la media fuera $\mu=1.5$, entonces la probabilidad de que una familia tenga 1 niño es 0.3346 (aproximadamente 1/3); la probabilidad de que una familia tenga 3 niños es 0.1255 (aproximadamente 1/8).

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1	0			
2	1			
3	2			
4	3			

Poisson P.D	
Data	:List
List	:List1
μ	:1.5
Save Res	:None
Execute	
[CALC]	

Poisson P.D	
1	0.2231
2	0.3346
3	0.251
4	0.1255
5	0.047
0.2231301601	

Pulsa [EXIT] y en la pantalla de la distribución de Poisson, cambia el valor de μ por 2 y activa la opción Execute moviendo el cursor y presionando [F1] (CALC). La columna que aparece recalcula las probabilidades.

Poisson P.D	
Data	:List
List	:List1
μ	:2
Save Res	:List2
Execute	
[List] [Var]	

Poisson P.D	
1	0.1353
2	0.2706
3	0.2706
4	0.1804
5	0.0902
0.1353352832	

Para dibujar el gráfico, copia la nueva lista de probabilidades a la List2 de la ventana STAT. Después, pulsa [GRPH] [SEL] [DRAW]. El nuevo gráfico aparece en pantalla.

• ACTIVIDADES

- 1) Cambia el valor de la media μ a 1.5, 2.3, 3, 4, 5. Dibuja los gráficos correspondientes. ¿Qué conclusiones puedes hacer acerca de la distribución de probabilidad de Poisson?
- 2) Pregunta a tus compañeros de clase sobre el número de coches en sus familias. Haz una tabla de frecuencias para "ningún coche", "un coche", "dos coches", etc. Dibuja un diagrama de dispersión usando la tabla de la hoja de cálculo. ¿Cuál es vuestra estimación de la media de coches por familia?
- 3) Vigila durante una hora un semáforo cercano. Cuenta el número de coches lo cruzan en verde en una dirección particular. Registra los datos en una tabla. Después de dejar el cruce, calcula las frecuencias para cada número de coches que han pasado (0, 1, 2, 3, ...). Dibuja un diagrama de dispersión usando una hoja de cálculo. ¿Qué puedes decir sobre la distribución de probabilidad?

• Soluciones

- 1) Con el crecimiento de la media, la probabilidad de que ocurran números altos crece (con el máximo cerca de la media). En general, conforme la curva que conecta los puntos del diagrama de dispersión se hace cada vez más achatada, su "pico" se hace más y más bajo.
- 3) Con tus resultados, podemos estimar el número de coches que atraviesan el cruce a la misma hora el día siguiente.

2.- Distribuciones de probabilidad II

1. MEDIA Y DESVIACIÓN TÍPICA. DISTRIBUCIÓN NORMAL

Una agencia de consumidores preguntó a 2750 familias que vivían en una pequeña población sobre el número de aparatos de televisión que poseían. La siguiente tabla muestra la distribución de frecuencias de los datos recogidos por la agencia.

Número de aparatos de TV propios	0	1	2	3	4	5	6	7
Número de familias	120	970	730	410	270	150	75	25

- a. Construye una tabla de distribución de probabilidad para el número de aparatos de TV propios de estas familias.
- b. Haz una representación gráfica de la distribución de probabilidad.
- c. Si x representa el número de aparatos de TV propios para una familia seleccionada al azar entre las de la población, halla las siguientes probabilidades:
 1. $P(x=1)$
 2. $P(x>2)$
 3. $P(x\leq 1)$
 4. $P(1\leq x\leq 3)$
- d. Calcula la media y la desviación típica para la distribución de probabilidad.

• Solución:

- a) Abrimos el Editor de Hoja de cálculo.

Sea x el número de aparatos de TV propios de una familia seleccionada al azar entre las de esta población. Introducimos los valores de x en la columna A y el número de familias (que es la frecuencia de cada grupo de televisiones) en la columna B, tal como sigue:

SHEE	A	B	C	D
1	0	120		
2	1	970		
3	2	730		
4	3	410		
5	4	270		

SHEE	A	B	C	D
6	5	150		
7	6	75		
8	7	25		
9				
10				

Primero convertimos las frecuencias de la columna B en frecuencias relativas y las guardamos en la columna C. Dividimos cada celda de la columna B por 1750, el número total de familias que participan en el estudio. Introducimos [= \$B1÷2750] y situamos el cursor en la tercera columna primera fila, es decir en la celda C1. El resultado correspondiente aparece en la posición indicada y la fórmula introducida también aparece (en la parte inferior derecha de la pantalla).

SHEE	A	B	C	D
1	0	120		
2	1	970		
3	2	730		
4	3	410		
5	4	270		

= \$B1÷2750

SHEE	A	B	C	D
1	0	120	0.0436	
2	1	970		
3	2	730		
4	3	410		
5	4	270		

= \$B1÷2750

Copiamos esta fórmula a las sucesivas filas de la tercera columna. Haciendo esto obtenemos las frecuencias relativas correspondientes a todas las entradas de la columna B:

SHEE	A	B	C	D
1	0	120	0.0436	
2	1	970		
3	2	730		
4	3	410		
5	4	270		

= \$B1÷2750

SHEE	A	B	C	D
1	0	120	0.0436	
2	1	970		
3	2	730		
4	3	410		
5	4	270		

= \$B1÷2750

SHEE	A	B	C	D
1	0	120	0.0436	
2	1	970	0.3527	
3	2	730		
4	3	410		
5	4	270		

= \$B2÷2750

SHEE	A	B	C	D
1	0	120	0.0436	
2	1	970	0.3527	
3	2	730	0.2654	
4	3	410		
5	4	270		

= \$B3÷2750

Construyendo la distribución de probabilidad con el Editor de Hoja de cálculo, descubrimos, exploramos y verificamos fácilmente las características de la distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta. Por ejemplo, las frecuencias relativas o probabilidades aproximadas obtenidas de la muestra están comprendidas entre 0 y 1. Así mismo, la suma de las probabilidades asignadas a todos los posibles valores es igual a 1.

SHEE	A	B	C	D
6	5	150	0.0545	
7	6	75	0.0272	
8	7	25	9E-3	
9				
10				

= CellSum(C1:C8)

SHEE	A	B	C	D
6	5	150	0.0545	
7	6	75	0.0272	
8	7	25	9E-3	
9				
10				

= CellSum(C1:C8)

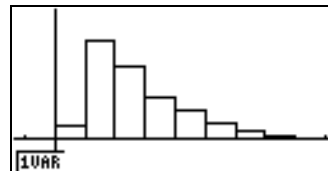
La suma de celdas en la hoja de cálculo se puede obtener usando el comando [= Cel Sum]. Las referencias de las celdas a sumar (consistentes en la letra de la columna y el número de la fila) deben especificarse. En la pantalla de la derecha de la figura anterior vemos que la suma de las probabilidades de una distribución de probabilidad es igual a 1.

b) La distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta se puede representar gráficamente usando un histograma.

Para dibujar el histograma a partir de los datos, accedemos al menú GRPH. Asignamos a los datos el primer gráfico, GPH1. Especificamos las columnas que representan los valores de x y las frecuencias relativas, después seleccionamos "histograma" [Hist] como el tipo de gráfico:



El histograma se muestra en pantalla. Usamos una anchura de 1 para cada barra del gráfico.

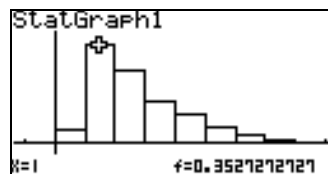


c)

1. $P(x=1)$

La probabilidad de que una familia tenga exactamente un aparato de televisión se puede obtener directamente de la hoja de cálculo. Esto también se puede obtener recorriendo el histograma mediante [Trace]. En el histograma podemos ver que hay más familias que tienen un sólo aparato de TV.

SHEE	A	B	C	D
1	0	120	0.0436	
2	1	970	0.3521	
3	2	730	0.2654	
4	3	410	0.149	
5	4	270	0.0981	
			=B2=2750	



2. $P(x>2)$

La probabilidad de que una familia tenga más de dos aparatos de TV se obtiene sumando las probabilidades de que tenga tres, cuatro, cinco, seis y siete aparatos de televisión. Así,

$$P(x>2) = P(x=3) + P(x=4) + P(x=5) + P(x=6) + P(x=7)$$

Usando la calculadora, sumamos las filas 4 a 8 de la columna C de la hoja de cálculo, de acuerdo con la fórmula: $P(x=3) + P(x=4) + P(x=5) + P(x=6) + P(x=7)$. Guardamos la suma en una posición libre de la hoja de cálculo:

SHEE	A	B	C	D
7	6	75	0.0272	
8	7	25	9E-3	
9				
10				
11				
			=CellSum(C4:C8)	

SHEE	A	B	C	D
7	6	75	0.0272	
8	7	25	9E-3	
9				
10	0.3381			
11				
			=CellSum(C4:C8)	

El resultado es $P(x>2) = 0.3381$.

3. $P(x \leq 1)$

La probabilidad de que una familia tenga menos de un aparato de televisión se calcula así: $P(x \leq 1) = P(x=0) + P(x=1)$. Usando la calculadora, sumamos las filas 1 y 2 de la columna C de la hoja de cálculo, de acuerdo con la fórmula $P(x=0) + P(x=1)$. El resultado es $P(x \leq 1) = 0.3963$.

SHEE	A	B	C	D
7	6	75	0.0272	
8	7	25	9E-3	
9				
10				
11				
			=CellSum(C1:C2)	

SHEE	A	B	C	D
7	6	75	0.0272	
8	7	25	9E-3	
9				
10	0.3963			
11				
			=CellSum(C1:C2)	

4. $P(1 \leq x \leq 3)$

La probabilidad de que una familia tenga entre uno y tres aparatos de TV se obtiene sumando las probabilidades de que tenga uno, dos y tres aparatos.

$$P(1 \leq x \leq 3) = P(x=1) + P(x=2) + P(x=3)$$

Sumamos las filas 2, 3 y 4 de la columna C de la hoja de cálculo, de acuerdo con la fórmula $P(x=1) + P(x=2) + P(x=3)$:

SHEE	A	B	C	D
7	6	75	0.0272	
8	7	25	9E-3	
9				
10				
11				

=CellSum(C2:C4)

SHEE	A	B	C	D
7	6	75	0.0272	
8	7	25	9E-3	
9				
10	0.7672			
11				

=CellSum(C2:C4)

El resultado obtenido es $P(1 \leq x \leq 3) = 0.7672$.

d) Los cálculos 1Var se pueden usar para determinar alguna información sobre la distribución de probabilidad. Pulsamos [CALC 1Var] después de ajustar las preferencias de cálculo (pantalla de la izquierda en la siguiente figura). El número medio de televisiones por familia es 2,2 aproximadamente. Este también es el valor esperado de x , es decir $E(x) = 2.2$. La desviación típica es 1.47.

1Var XCell:A1:A8
1Var Freq :C1:C8
2Var XCell:A1:A5
2Var YCell:B1:B5
2Var Freq :1

1-Variable
\bar{x} = 2.22363636
Σx = 2.22363636
Σx^2 = 7.11818181
σ_{on} = 1.47432124
$\sigma_{\text{on-1}}$ =
n = 1

Observaciones: En el estudio de distribuciones de frecuencia, es de gran ayuda obtener la distribución de probabilidades acumuladas. Veamos un ejemplo en el Editor de Hoja de cálculo.

Primero copiamos la primera entrada de la columna de las frecuencias relativas, en este caso C1, en la primera fila de la cuarta columna, D1, en la cual almacenamos las frecuencias acumuladas relativas.

SHEE	A	B	C	D
1	0	120	0.0436	0.0436
2	1	970	0.3527	
3	2	730	0.2654	
4	3	410	0.149	
5	4	270	0.0981	

=B1+2750

Usando [= GRAB] introducimos la fórmula de la suma para la primera y segunda frecuencias relativas, $D1 + C2$ y almacenamos el resultado en D2:

SHEE	A	B	C	D
1	0	120	0.0436	0.0436
2	1	970	0.3527	
3	2	730	0.2654	
4	3	410	0.149	
5	4	270	0.0981	

SHEE	A	B	C	D
1	0	120	0.0436	0.0436
2	1	970	0.3527	0.3963
3	2	730	0.2654	
4	3	410	0.149	
5	4	270	0.0981	

=D1+C2

Repetimos esta fórmula a lo largo de la cuarta columna, con los comandos Copiar y Pegar. En la tercera fila de la cuarta columna, tenemos la suma de la primera y tercera frecuencias relativas, $D2+C3$; en la cuarta fila, $D3+C4$ y así sucesivamente. En la última entrada tenemos que la suma de todas las frecuencias relativas es igual a 1.

SHEET	A	B	C	D
1	0	120	0.0436	0.0436
2	1	970	0.3527	0.3963636364
3	2	730	0.2654	
4	3	410	0.149	
5	4	270	0.0981	

PASTE

SHEET	A	B	C	D
1	0	120	0.0436	0.0436
2	1	970	0.3527	0.3963636364
3	2	730	0.2654	0.6618
4	3	410	0.149	=D2+C3
5	4	270	0.0981	

PASTE

SHEET	A	B	C	D
1	0	120	0.0436	0.0436
2	1	970	0.3527	0.3963636364
3	2	730	0.2654	0.6618
4	3	410	0.149	0.8109
5	4	270	0.0981	=D3+C4

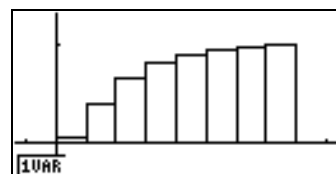
PASTE

SHEET	A	B	C	D
4	3	410	0.149	0.8109
5	4	270	0.0981	0.909
6	5	150	0.0545	0.9636
7	6	75	0.0272	0.9909
8	7	25	9E-3	=D7+C8

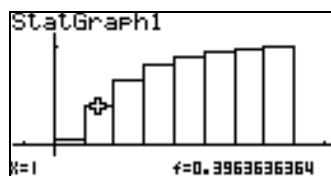
PASTE

El gráfico de la distribución de probabilidad acumulada es como sigue:

```
StatGraph1
Graph Type:Hist
XCellRange:A1:A8
Frequency :D1:D8
```



Podemos responder la pregunta del ítem c del apartado 3, $P(x \leq 1) = 0.3963636364$ usando la opción [Trace] para recorrer el gráfico de la distribución de probabilidad acumulada:



Observación: Después de introducir los datos, podemos guardar toda la información en el menú de hoja de cálculo. Llamamos al archivo "TVSETS". De la misma forma, llamamos al archivo de la siguiente actividad "Machines".

Spread Sheet Name
[TVSETS]

Spread Sheet Name
[MACHINES]

• **ACTIVIDAD**

Deportes Elmo vende máquinas de ejercicio. En días diferentes, venden diferentes cantidades de estas máquinas. La tabla que sigue recoge la información del número de máquinas vendidas por día y las probabilidades correspondientes.

Machines sold per day	4	5	6	7	8	9	10
Probability	0.08	0.11	0.14	0.19	0.20	0.16	0.12

- Haz una representación gráfica de la distribución de probabilidad.
- Determina la probabilidad de que el número de máquinas vendidas por día sea
 - exactamente 6
 - menor que 7
 - entre 5 y 8
 - a lo sumo 6
- Calcula la media y desviación típica de la distribución de probabilidad

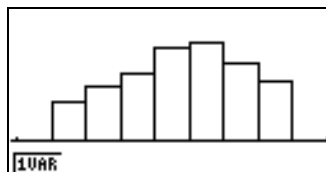
Solución:

a) Sea x el número de máquinas vendidas por día. Abrimos el Editor de Hoja de cálculo e introducimos los valores de x en la primera columna y las probabilidades en la segunda columna.

SHEE	A	B	C	D
1	4	0.08		
2	5	0.11		
3	6	0.14		
4	7	0.19		
5	8	0.2		

SHEE	A	B	C	D
6	9	0.16		
7	10	0.12		
8				
9				
10				

b) El histograma es el siguiente:



La configuración utilizada es la siguiente:

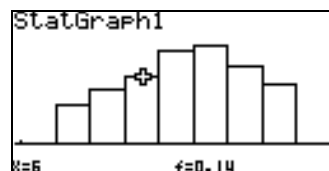
```
StatGraph1
Graph Type:Hist
XCellRange:A1:A7
Frequency :B1:B7
GPH1 GPH2 GPH3
```

```
Histogram Settings
Start:4
Width:1
Draw:[EXE]
GPH1 GPH2 GPH3 SEL SET
```

c)

1. La probabilidad de que el número de máquinas de ejercicio vendidas por día sea exactamente 6 es 0.14. Este valor se puede obtener directamente de la hoja de cálculo. El valor también aparece cuando recorremos el histograma mediante la opción [Trace].

SHEE	A	B	C	D
1	4	0.08		
2	5	0.11		
3	6	0.14		
4	7	0.19		
5	8	0.2		



2. La probabilidad de que el número de máquinas de ejercicio vendidas por día sea menor que 7 viene dada por

$$P(x < 7) = P(x=6) + P(x=5) + P(x=4) = 0.33,$$

ya que $P(x=3) = P(x=2) = P(x=1) = 0$.

SHEE	A	B	C	D
5	8	0.2		
6	9	0.16		
7	10	0.12		
8				
9				

SHEE	A	B	C	D
6	9	0.16		
7	10	0.12		
8				
9		0.33		
10				

Como se ve en la pantalla anterior, sumamos desde la primera hasta la tercera filas de la columna B.

3. La probabilidad de que el número de máquinas de ejercicio vendidas por día esté entre 5 y 8 viene dada por

$$P(5 \leq x \leq 8) = P(x=5) + P(x=6) + P(x=7) + P(x=8)$$

El resultado se obtiene sumando desde la segunda fila hasta la quinta fila de la columna B.

SHEE	A	B	C	D
6	9	0.16		
7	10	0.12		
8				
9				
10				

=CellSum(B2:B5)
 GRAPH * : If CELL REL

SHEE	A	B	C	D
6	9	0.16		
7	10	0.12		
8				
9	0.64			
10				

=CellSum(B2:B5)
 FILE EDIT DEL INS CLR

4. La probabilidad de que el número de máquinas vendidas por día sea como mucho 6 se obtiene a través de la fórmula

$$P(x \leq 6) = P(x=4) + P(x=5) + P(x=6) = 0.33$$

que se ha calculado en el apartado (2).

c) La media y desviación típica se obtiene de la pantalla 1VAR como se muestra a continuación:

1Var XCell:A1:A7
 1Var Freq :B1:B7
 2Var XCell:A1:A5
 2Var YCell:B1:B5
 2Var Freq :1
 CELL

1-Variable
 \bar{x} = 7.28
 s_x = 7.28
 Σx^2 = 56.14
 $\Sigma (x-n)$ = 1.77245592
 $\Sigma (x-n)^2$ = 1
 n = 1

La media es 7.28 y la desviación típica es 1.77245592.

Observaciones:

Los cálculos estadísticos y gráficos relativos a las distribuciones de probabilidad obtenidas en el Editor de Hoja de cálculo también se pueden obtener en el Editor STAT usando los mismos pasos, aunque hay algunos cambios en los comandos:

Los valores de x se almacenan en la List1 y las frecuencias en la List2. Considera por ejemplo, la actividad inicial (aparatos de televisión). Los datos se introducen así:

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
2	1	970		
3	2	730		
4	3	410		
5	4	270		

GRAPH CALC TEST INTR DIST

Las frecuencias se convierten en frecuencias relativas y se almacenan en la List3, usando el comando:

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1	0	120		
2	1	970		
3	2	730		
4	3	410		

List 2÷2750

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1	0	120	0.0436	
2	1	970	0.3527	
3	2	730	0.2654	
4	3	410	0.149	

List L→M Dim Fill Seq

El comando acumulativo [CUML] produce la distribución de probabilidad de la List4. Observa que la suma de todas las frecuencias relativas es igual a 1.

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1	0	120	0.0436	
2	1	970	0.3527	
3	2	730	0.2654	
4	3	410	0.149	

Cuml List 3
 List L→M Dim Fill Seq

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1	0	120	0.0436	0.0436
2	1	970	0.3527	0.3963
3	2	730	0.2654	0.6618
4	3	410	0.149	0.8109

List L→M Dim Fill Seq

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
5	4	270	0.0981	0.909
6	5	150	0.0545	0.9636
7	6	75	0.0272	0.9909
8	7	25	0.0091	1

Sum Prod Cuml %

MUESTRAS ALEATORIAS CON LA FX-9860G SD

Introducción

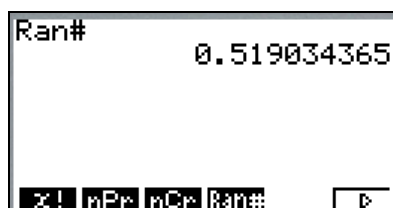
En las siguientes actividades, veremos como utilizar la nueva calculadora FX-9860G SD para generar números aleatorios, efectuar simulaciones y resolver problemas de probabilidad mediante simulaciones.

1.- Muestras aleatorias I

1. NÚMEROS ALEATORIOS

La palabra "azar" es bastante popular y su significado en la vida real difiere parcialmente del que tiene en Estadística. Cuando alguien dice: "paseando por la calle me he encontrado por azar con Juliana", no menciona las docenas (posiblemente centenares) de personas conocidas que han pasado también por la calle. Todas estas personas también podrían haber tenido un encuentro al azar. En la estadística no matemática, la estadística de la calle, todos los encuentros se producen por azar. Para simular la realidad, podemos utilizar los números aleatorios.

a) Para generar un número aleatorio, pulsa [OPTN] y selecciona el menú [PROB]. Pulsa [F4] (Ran#) y [EXE]. Aparece en pantalla un número entre 0 y 1.

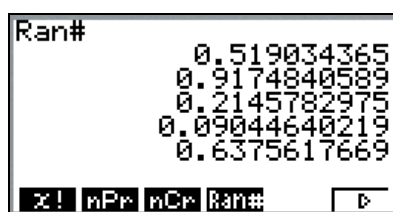


Observa que los valores 0 y 1 nunca aparecen. Solo se generan valores interiores del intervalo $[0, 1]$.

- Recoge los resultados de tu clase. ¿Habéis obtenido el mismo número?

Es posible obtener el mismo número, pero poco probable. El conjunto de números aleatorios de la calculadora es grande. Una misma aparición de un número no se excluye, pero su probabilidad es extremadamente baja.

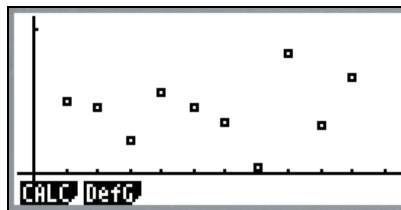
b) Todos los números aleatorios tienen la forma 0.xxxxxxxx. El primer dígito es siempre cero –pero los dígitos posteriores varían. Selecciona un dígito de 0 a 9. Genera números aleatorios hasta que el dígito que has elegido aparezca como primer decimal después del punto. Cuenta el número de pruebas necesario para que esto ocurra. Para generar el siguiente número aleatorio, simplemente basta que pulses [EXE].



- Repite el experimento anterior 10 veces. Registra las longitudes de los intervalos entre dos apariciones consecutivas de números aleatorios con el mismo primer dígito decimal. ¿Observas una regularidad en la longitud de los intervalos?

La ruptura entre dos primeros dígitos idénticos puede ser de cualquier longitud. Esta propiedad garantiza que los números son realmente aleatorios.

c) Sitúa 10 valores aleatorios en una tabla de hoja de cálculo. Dibuja un diagrama de dispersión. Observa que sus puntos no crean ninguna forma regular. Esto es otra indicación de que los números son aleatorios.



d) Calcula la media de los diez intervalos que has registrado. Compara tus resultados con los de tus compañeros de clase. La media no estará lejos de 0.5.

SHEE	A	B	C	D
1	0.8753	0.496		
2	0.5529			
3	0.5616			
4	0.7166			
5	0.7109			
=CellMean(A1:A10)				

Esto naturalmente sólo ocurre para grandes cantidades de números aleatorios. Entonces, la media de los diez números aleatorios es 0.496. El valor de la media puede variar en las cercanías de 0.5, pudiendo ser mayor o menor dependiendo de la combinación aleatoria.

- Toma los dos últimos dígitos del año en que has nacido. (Si es 1987, usa 87). Genera números aleatorios hasta que aparezca el primero de los dos dígitos. Haz una conjetura: ¿cuántos números aleatorios (por término medio) tienes que seleccionar hasta que aparezca tu par de dígitos?

Como hay 100 pares diferentes de dígitos (desde 00 hasta 99) escritos en orden aleatorio, tu par puede aparecer (en término medio) como el quincuagésimo. Si no has tenido suerte, repite la experiencia un número mayor de veces.

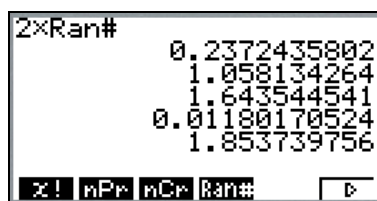
• **Generación de números aleatorios enteros**

Los números aleatorios entre 0 y 1 no son bonitos. Si necesitamos números aleatorios, sus valores son bastante diferentes. Por ejemplo:

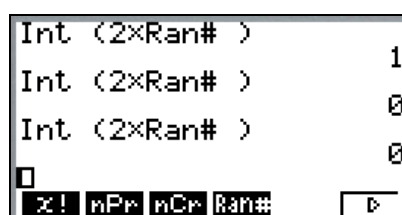
- Lanzando una moneda generamos uno de dos resultados que denotamos como 0 y 1.
- Lanzando un dado generamos un número aleatorio entre 1 y 6.
- En la Loto los números dependen del país en que se juega.

Así, preferimos tener la posibilidad de transformar los valores generados por la calculadora para nuestro intervalo.

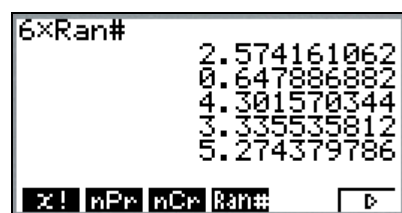
a) En principio expandimos el intervalo de números aleatorios desde 0 hasta 2. El método es simple: multiplicar por 2 los números aleatorios del intervalo [0, 1]. El valor puede ser desde 0 hasta 2, excluyendo los extremos del intervalo. Así, cada uno de ellos empieza por 0 o por 1 antes del punto decimal.



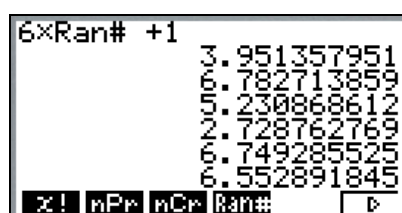
- b) El método anterior genera números aleatorios apropiados, pero su formato es bastante complejo. Son difíciles de leer. Buscamos resultados que contengan lo que necesitamos. Para ello, la parte decimal puede ser truncada, es decir, eliminada. El número entero (0 o 1) es el único que nos interesa. La función INT permite esto. Pertenece a las funciones numéricas. Cuando la ventana RUN-MATH está abierta, pulsa [F4] (NUM). Aparece el submenú numérico. Pulsa [F2] para seleccionar el segundo ítem (INT). A continuación escribe "(2x". Después pulsa [EXIT] [F3] (PROB) y pulsa [F4] (Ran#). Cierra paréntesis y pulsa [EXE]. Un número aleatorio 0 o 1 aparece en pantalla. Pulsando [EXE] varias veces generas números aleatorios con el mismo formato.



- c) Primero necesitamos expandir el intervalo para tener 6 valores diferentes. Así, 6xRan# es la fórmula apropiada.



El primer número generado por esta fórmula varía entre 0 y 5. Así, sumando uno al resultado podemos producir números entre 1 y 6.



• ACTIVIDADES

- Truncando los números aleatorios de la actividad anterior, genera números aleatorios enteros entre 1 y 6.
- En la Loto de Eslovaquia, la gente apuesta seis números entre 1 y 49. Busca una estrategia para generarlos, sabiendo que los 6 números deben ser diferentes.
- Usando tu generador de números aleatorios, selecciona al azar cinco estudiantes de tu clase.
- ¿Podemos saltar u omitir algún número generado por un generador de números aleatorios?

• **Solución**

- a) Usa la fórmula $\text{INT}(6 \times \text{Ran\#} + 1)$
- b) El primer número es seleccionado al azar. El segundo es generado (y solamente elegido si difiere del primero). El tercero debe diferir de los dos seleccionados anteriormente. Esto se repite hasta que se generan seis dígitos diferentes.
- c) Asigna un número de orden a cada uno de tus compañeros de clase (por ejemplo, usando el orden alfabético). Construye un generador de números aleatorios. Genera cinco números aleatorios diferentes.
- d) No es recomendable. Puedes introducir elementos que eliminen la aleatoriedad.

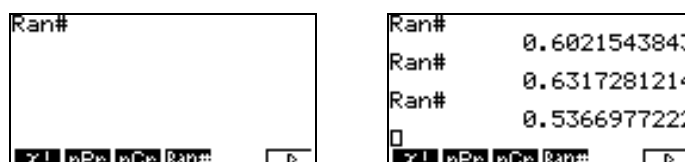
2.- Muestras aleatorias II

1. MUESTREO CON LA CALCULADORA GRÁFICA

Suponemos que una factoria de chocolate produce 5000 piezas de chocolate diarias. La división de control de calidad decide seleccionar al azar 50 piezas (el 1%) de chocolate para su inspección de calidad diaria (antes de analizar los datos estadísticamente).

Como es usual, hoy el inspector de calidad ha numerado las piezas de chocolate de acuerdo con su orden de producción, es decir, la primera pieza de chocolate producida en el día tiene el número 1, la segunda el número 2 y así sucesivamente. Usando la calculadora gráfica, puede seleccionar 50 piezas de las 5000 usando la función [Ran#].

Abre el Editor RUN. Pulsa [OPTN] [F6] [▷] [F3] [PROB] [F4] [Ran#] y después pulsa [EXE]. Pulsando varias veces obtendrás una pantalla similar a esta:



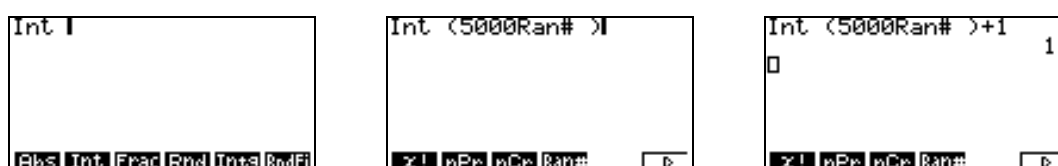
Observa que cada pulsación de [Ran#] produce diferentes dígitos decimales y siempre se cumple la desigualdad:

$$0 < \text{Ran\#} < 1$$

Podemos ayudar al inspector para adaptar esta salida a sus necesidades de muestreo. Si multiplicamos [Ran#] por 5000 aseguramos que cada salida estará comprendida entre 0 y 5000.

$$0 < 5000 \times \text{Ran\#} < 5000$$

Podemos ajustar la función [Ran#] para ayudarle a seleccionar su muestra aleatoria. Pulsa [EXIT] [F4] [NUM] [F2] [Int], seguida de la expresión $5000 \times \text{Ran\#}$, y súmale 1.



El inspector puede ahora generar 50 números aleatorios diferentes del 1 al 5000 en la ventana [Run] pulsando [EXE] 50 veces. Es mucho más ventajoso y eficiente usar una hoja de cálculo para introducir los datos del muestreo recordando los resultados del test de calidad del chocolate y además sirve para hacer un análisis estadístico.

• ACTIVIDAD 1

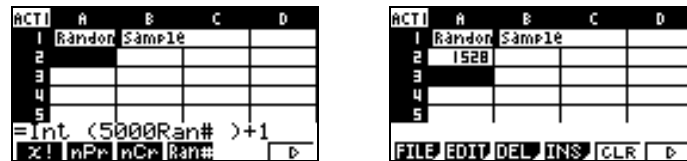
Usa el menú Hoja de cálculo de la calculadora gráfica para ayudar al inspector a seleccionar al azar 50 chocolates para su test de hoy.

• Solución:

a) Abre el menú Hoja de cálculo y guarda la hoja actual con el nombre "Act1A". Para ello, pulsa [F1] [FILE] [F3] [SV-AS] y en la siguiente pantalla introduce el nombre Act1A. Usamos la columna A para generar números aleatorios y la llamaremos "Random". También conseguiremos la muestra en la columna B y la llamaremos "Sample". Para escribir el nombre de la columna, basta situar el cursor en la primera celda y con el teclado alfabético teclear el nombre entre comillas ("Random" o "Sample"). Después, mueve el cursor hasta la primera celda vacía de la columna "Random".



Introduce la fórmula "Int(5000Ran#)+1" en la celda seleccionada A2. Es similar a como la habíamos introducido antes. Cuando pulsamos [EXE] se genera un número aleatorio.



b) Para esta actividad vamos a generar 49 números aleatorios más y de una forma rápida. Sitúa el cursor en la celda A3 y selecciona (EDIT) (FILL). Introduce la fórmula "=Int(5000Ran#)+1" (en la línea encabezada por [Formula]) y en el rango de celdas [Cell Range] escribe A3:A51. Pulsa [EXE] para generar los otros 49 números aleatorios.



c) A continuación guardamos los números de la columna "Random" en una lista antes de renombrar el mismo conjunto de números para la columna "Sample". Mueve el cursor a la primera celda, A2, de "Random" y pulsa [SHIFT] [8] (CLIP). Con la celda A2 seleccionada, mueve el cursor hacia abajo hasta el último número situado en la celda A51. En la parte inferior izquierda de la pantalla se muestra el rango de celdas seleccionadas: A2:A51.



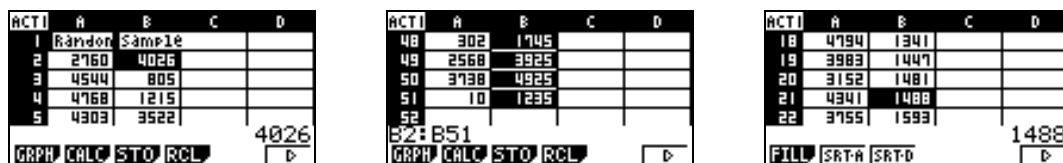
Para guardar estos números en una lista, pulsa [STO] [LIST] y en la siguiente pantalla guarda los números en la lista [List1].



Ves a la primera celda vacía de la columna "Sample" y pulsa [RCL] [LIST]. En la siguiente pantalla introduce el nombre de la lista a recuperar [List1] y comprueba que en la línea 1st Cell pone B2. Pulsa [EXE] para obtener los valores de la columna "Sample".



d) Finalmente, ordenamos los números de la columna "Sample" en orden ascendente y observamos posibles repeticiones de números. Ves a la primera celda de la columna "Sample", pulsa [SHIFT] [8] y mueve el cursor hasta la última celda no vacía, la celda B51. Para ordenar la columna, selecciona [EDIT] [SRT-A], después explora la columna y averigua si hay algún número repetido.



Los números aleatorios obtenidos en nuestro caso no contienen repeticiones, pero si vemos números repetidos, volvemos a empezar por el apartado (C).

Por lo tanto, conforme con los números aleatorios que hemos generado, el inspector de calidad puede inspeccionar los chocolates producidos de acuerdo con el orden mostrado en la columna "Sample" de la hoja de cálculo "Act1A".

El inspector de calidad puede usar siempre esta misma hoja para seleccionar una muestra aleatoria para su trabajo cada día y después estudiar los logros en calidad.

- ACTIVIDAD 2**

La factoría a veces produce entre 4000 y 4500 piezas de chocolate diarias, aparte de las usuales 5000. El tamaño de la muestra requerido para el test de calidad es siempre el 1% de la producción diaria. En el test, cada pieza de chocolate pasa el test (logra 1 punto) o no lo pasa (logra 0 puntos). No más de un 8% de la muestra falla el test de calidad diariamente. El siguiente es el plan diario de producción para los próximos 5 días.

Día	1	2	3	4	5
Producción de Chocolate	5000	4000	4500	5000	5000

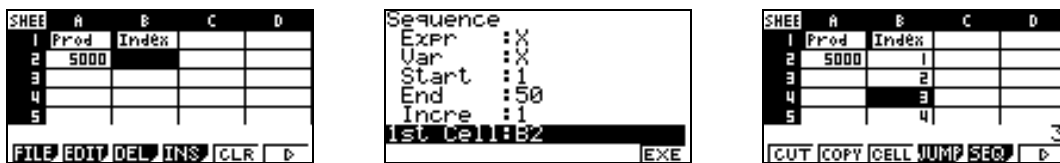
Improvisa la hoja de cálculo para ayudar el inspector en su trabajo.

• **Solución:**

En resumen aquí están los tamaños necesarios de las muestras diarias y el 8% del tamaño de la muestra.

	Dia1	Dia2	Día3	Dia4	Dia5
Producción de Chocolate	5000	4000	4500	5000	5000
Tamaño de la muestra	50	40	45	50	50
8% del tamaño de la muestra	4	3.2	3.6	4	4

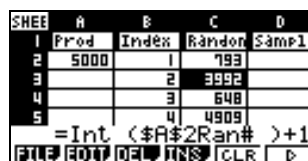
a) Abre el Editor de Hoja de cálculo y guarda la nueva hoja con el nombre "Act2A". Consideramos la producción diaria como parámetro en la generación del número aleatorio. La celda A2 la usamos para registrar la producción diaria. También usamos la columna B como una columna indexada para facilitar referencia a la producción y a los números aleatorios. Empezamos con la producción diaria de 5000 para el Dia1.



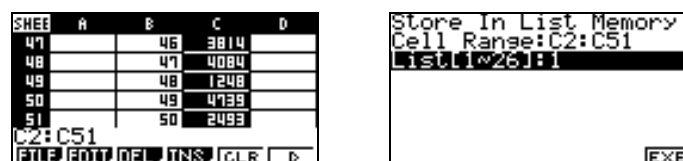
b) Las columna "Random" y "Sample" son colocadas en las columnas C y D respectivamente. Para generar 50 números aleatorios, sitúa el cursor en la celda C2, pulsa [EDIT] seguido de [FILL]. Esta vez introducimos la fórmula "=Int(\$A\$2Ran#)+1" en la línea [Formula] y el rango de celdas C2:C51 en la línea [Cell Range].



c) Aquí hemos generado 50 números aleatorios para el Dia1. De nuevo guardamos los números de la columna "Random" en la lista [List1] antes de recolocar el mismo conjunto de números en la columna "Sample", ordenar dichos números y chequearlos para ver si hay números repetidos. Primero regresa a la hoja de cálculo de trabajo:



Sitúa el cursor en la celda C2 y pulsa [SHIFT] [8] (CLIP), después mueve el cursor hacia abajo hasta la celda C51. Con el rango de celdas C2:C51 seleccionado, pulsa [STO] [LIST] y guarda estos números en la lista [List1].



Pulsa [EXE] para regresar a la hoja de cálculo de trabajo. Ves a la primera celda vacía de la columna "Sample", pulsa [RCL] [LIST] para recuperar las entradas de la lista [List1].

SHEET	A	B	C	D
1	Prod	Index	Random	Sample
2	5000	1	793	
3		2	3992	
4		3	648	
5		4	4909	

```

Recall From List Mem
List[1~26]:1
1st Cell :D2
    
```

SHEET	B	C	D	E
1	Index	Random	Sample	
2	1	2975	793	
3	2	1231	3992	
4	3	3980	648	
5	4	4191	4909	4909

d) Ahora ordenados los números de la columna "Sample" en orden ascendente y chequeamos posibles repeticiones de números. De nuevo usa [SHIFT] [8] para seleccionar desde la celda D2 hasta la celda D51 y ordenar la columna con [EDIT] [SRT-A], después explora la lista para ver posibles repeticiones de números.

SHEET	B	C	D	E
48	47	1732	4084	
49	48	2527	1248	
50	49	978	4739	
51	50	4648	2493	
52				

SHEET	B	C	D	E
1	Index	Random	Sample	
2	1	4976	39	
3	2	4472	58	
4	3	3386	113	
5	4	2408	157	113

e) Añadimos otras dos columnas llamadas "Test" para registrar el resultado del test de calidad, y otra llamada "#of 0" para calcular el número de 0 (fallos en el test.) La columna "#of 0" actual consta de la celda F2 que cuenta el número de fallos con la fórmula $\frac{\$A\$2}{100} - \text{CellSum}(E2:E51)$. Ahora el inspector puede usar esta hoja de cálculo para su trabajo diario.

SHEET	C	D	E	F
1	Random	Sample	Test	#of 0
2	4864	39		
3	4396	58		
4	4827	113		
5	515	157		

SHEET	C	D	E	F
1	Random	Sample	Test	#of 0
2	386	39		50
3	2681	58		
4	1259	113		
5	3691	157		

Dia1

Para la discusión de esta actividad, usamos los números aleatorios generados antes para el test de calidad del Dia1 y los resultados del test se supone que son los siguientes.

SHEET	C	D	E	F
7	4193	348	1	
8	1559	648	0	
9	2023	765	1	
10	2207	793	1	
11	2240	832	1	

SHEET	C	D	E	F
39	442	3814	0	
40	4028	3992	1	
41	575	4052	1	
42	2329	4084	1	
43	3169	4103	1	

SHEET	C	D	E	F
1	Random	Sample	Test	#of 0
2	838	39	1	3
3	965	58	1	
4	3100	113	1	
5	2574	157	1	

La media de los resultados de los chocolates producidos el Dia1 que pasan la inspección de calidad es necesaria. Podemos guardar los números aleatorios y los resultados del test en las listas [List1] y [List2] usando [SHIFT] [8] (CLIP) y [STO].

```

Store In List Memory
Cell Range:D2:D51
List[1~26]:1
    
```

SHEET	C	D	E	F
48	1897	4754	1	
50	1705	4902	1	
51	3218	4909	1	
52				
53				

```

Store In List Memory
Cell Range:E2:E51
List[1~26]:2
    
```

También guardamos la muestra aleatoria del Dia1 y los resultados del test en las listas [List1] y [List2].

Dia2

Cambia la producción diaria en la celda A2 por 4000. Repite el proceso de los apartados C) y D), pero considera solo los primeros 40 números en la columna "Random". La muestra aleatoria no está afectada en este caso aunque generamos 50 números aleatorios. También, usa [List3] como lista de almacenamiento temporal.

SHEE	A	B	C	D
38		37	8	3789
39		38	2445	3814
40		39	3593	3992
41		40	944	4052
42		41	1857	4084

D2:C41
GRAPH|CALC|STO|RCL

Store In List Memory
Cell Range: C2:C41
List[[1~26]:3
EXE

Recall From List Mem
List[[1~26]:3
1st Cell :D2
EXE

Cuando pegamos las entradas de la lista [List3] en la columna "Sample", los contenidos de las celdas D2 a D41 son reemplazados con el nuevo conjunto de números aleatorios. Podemos usar la columna "Index" como guía para seleccionar la nueva generación de 40 números aleatorios, para ordenarlos y evitar seleccionar las celdas D42 a D51.

SHEE	B	C	D	E
39	38	1680	2445	0
40	39	3748	3593	1
41	40	314	944	1
42	41	3091	4084	1
43	42	1214	4103	1

D2:D41
FILE|SRTA|SRTD

SHEE	B	C	D	E
1	Index	Random	Sample	Test
2	1	1133	8	1
3	2	2577	338	1
4	3	1124	576	1
5	4	3480	583	0

FILE|EDIT|DEL|INS|CLR

SHEE	B	C	D	E
39	38	706	3905	0
40	39	1485	3972	1
41	40	426	3978	1
42	41	14	4084	
43	42	1827	4103	

FILE|EDIT|DEL|INS|CLR

Asumimos los resultados del test como los resultados actuales. Los contenidos de las celdas E42 a E51 deben ser eliminados para asegurar que se muestre el número correcto de 0.

SHEE	C	D	E	F
1	Random	Sample	Test	#of 0
2	1133	8	1	4
3	2577	338	1	
4	1124	576	1	
5	3480	583	0	

=(A#2,100)-CellSum(E
FILE|EDIT|DEL|INS|CLR

Store In List Memory
Cell Range: D2:D41
List[[1~26]:3
EXE

Store In List Memory
Cell Range: E2:E41
List[[1~26]:4
EXE

El número de 0 registrado es 4, que indica los chocolates producidos el Dia2 que no pasan la inspección de calidad. Ahora guardamos los números aleatorios y el test en las listas [List3] y [List4].

Con similar aproximación, seleccionamos la muestra aleatoria apropiada para los días Dia3, Dia4 y Dia5, guardamos los correspondientes números aleatorios y los resultados correspondientes en las listas [List5] y [List6] para Dia3, [List7] y [List8] para Dia4, y [List9] y [List10] para Dia5.

SHF
Conics Editor ↑ 1
Stat Graph 12
List Editor 14
Solver 20
Recur Editor ↓ 21
J-WIN

SUB	List 3	List 4	List 5	List 6
1	8	1	151	1
2	338	1	155	1
3	576	1	237	1
4	583	0	459	0

GRPH|CALC|TEST|INTR|DIST

El método de muestreo que hemos usado anteriormente se llama muestreo aleatorio simple. Otro método de muestreo aleatorio es el muestreo estratificado que se basa en identificar los estratos. Ejemplos de estratos son "hombres" y "mujeres", o 'obeso' y 'no-obeso'. Un muestreo estratificado se hace separando muestras aleatorias simples para cada uno de los estratos. Si conocemos las proporciones en la población de las distintas categorías, podemos asegurar que las proporciones se reproducirán para la muestra.

• **ACTIVIDAD 3**

Supongamos que la población de estudiantes de tu instituto puede ser descrita como sigue:

Estudiantes chicos	Estudiantes chicas
45%	55%

Usa muestreo estratificado para elegir una muestra aleatoria de 40 estudiantes.

• **Solución:**

En este caso, podemos elegir una muestra aleatoria simple de $40 \times 45\% = 18$ estudiantes chicos y otra muestra aleatoria simple de $40 \times 55\% = 22$ estudiantes chicas.

• **ACTIVIDAD 4**

Suponiendo que la población de estudiantes de un instituto es 1750 y la composición chicos-chicas es como se describe a continuación

Estudiantes chicos	Estudiantes chicas
38%	62%

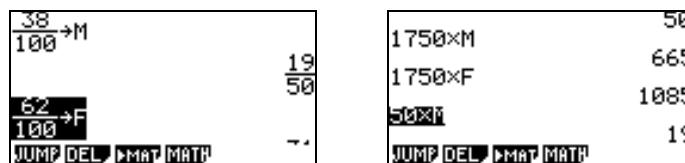
Usa la hoja de cálculo para seleccionar una muestra estratificada de 50 estudiantes para medir la preferencia de los estudiantes entre chocolate con almendras y chocolate con leche. Diseña una hoja de cálculo para registrar las respuestas.

• **Solución**

Primero seleccionamos la muestra estratificada y después usamos la técnica de la Actividad 2 en la muestra. En resumen, aquí está la información sobre las dos categorías.

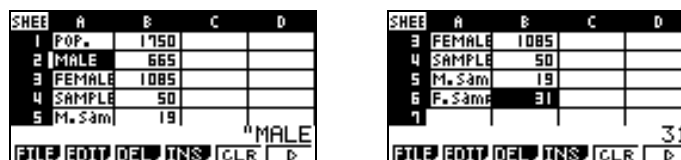
	Male students	Female students
% of population	38%	62%
Of 1750 population (% \times 1750)	665	1085
Stratified sample size (% \times 50)	19	31

Puedes usar el Editor RUN para calcular la información relevante que se muestra en la tabla anterior.

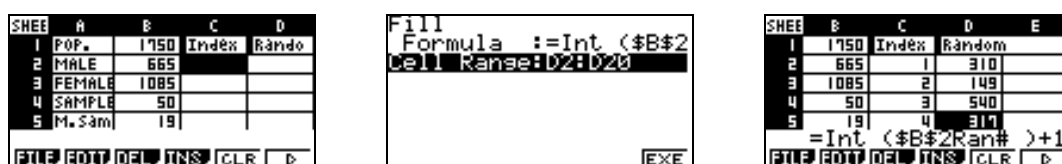


Una posible forma de diseñar la hoja de cálculo es la siguiente:

- Abrimos la Hoja de cálculo. Usamos las columnas A y B para registrar la población y el tamaño en la muestra de cada estrato, también tenemos más control de los parámetros.



- Utiliza la tercera columna para índice y la cuarta columna para generar números aleatorios. En primer lugar, selecciona la muestra aleatoria de estudiantes chicos con la fórmula " $=Int(\$B\$2Ran\#)+1$ " para el rango D2 a D20 (tamaño de la muestra de 19.)



- Crea dos columnas más denominadas "Chicos" y "Chicas". Copia, pega y ordena los números de la columna "Chicos" con los métodos usados en la Actividad 2. Después selecciona la muestra aleatoria de chicas con la fórmula $=Int(\$B\$3Ran\#)+1$ para el rango D2 a D32 (tamaño de la muestra de 31) de la columna "Random" y copia y ordena los números en la columna "Chicas".

SHEET	D	E	F	G
1	Random	Male		Female
2	305	59		
3	345	100		
4	651	149		
5	983	180		
				180

SHEET	D	E	F	G
1	Random	Male		Female
2	496	59		6
3	444	100		7
4	583	149		10
5	840	180		19
				10

- Usa la columna F para registrar las respuestas de los estudiantes chicos para el cuestionario y la columna H para las respuestas de las chicas. A continuación se muestran hojas de cálculo de posibles respuestas donde 1 indica estudiantes que prefieren chocolate con almendras y 2 estudiantes que prefieren chocolate con leche.

SHEET	E	F	G	H
1	Male	M.Pref	Female	F.Pref
2	59	1	6	1
3	100	2	7	1
4	149	1	10	1
5	180	1	19	2

SHEET	E	F	G	H
6	221	1	50	2
7	233	2	76	1
8	310	2	169	2
9	317	1	234	1
10	322	1	247	1

LA APLICACIÓN eActivity

La aplicación eActivity permite introducir y editar texto, expresiones matemáticas y datos de la aplicación y guardarlos en un archivo denominado "eActivity" (actividad electrónica). Las técnicas a utilizar son similares a las de un procesador de texto. Hay una variedad de archivos eActivity disponibles para descargar en la página web de CASIO:

http://www.casio.com/edu_e/

Una vez descargado un archivo, hay que usar el software ProgramLink para trasladar el archivo desde el ordenador hasta la ClassPad

1. Iniciar la aplicación eActivity

Para iniciar la aplicación eActivity, toca el icono  en el menú de aplicaciones.













2. La ventana de la aplicación eActivity

Una eActivity puede contener texto y datos de otras aplicaciones que están insertados como filas o tiras. Las filas pueden ser de texto, de cálculo o vínculos geométricos. Las tiras pueden ser de datos (de las aplicaciones Principal, Geometría, Gráficos y Tablas, Cónicas, Secuencias, etc). Para crear una eActivity basta escribir texto y añadir datos de una o varias aplicaciones, usando la barra de herramientas.






3. Menús de la aplicación eActivity

Menú File (Archivo)	
Comando	Descripción
New	Empieza una nueva eActivity
Open	Abre una eActivity existente
Save	Guarda la eActivity actual en un archivo

Menú Edit (Edición)	
Comando	Descripción
Undo/Redo	Cancela la última acción o vuelve a realizar la operación recién cancelada.
Cut (Cortar)	Corta lo cadena seleccionada y la traslada al Portapeles.
Copy (Copiar)	Copia la cadena seleccionada y la coloca en el Portapapeles
Paste (Pegar)	Pega el contenido actual del portapeles.
Select All (Seleccionar Todo)	Selecciona todas las filas y tiras en pantalla.
Delete Line (Borra Línea)	Borra el contenido de la línea donde esté el cursor.
Clear All	Borra la ventana eActivity

Menú Insert (Inserción)		
Comando	Boton	Descripción
Calculation Row	-	Inserta una fila de cálculo
Text Row	-	Inserta una fila de texto
Geometry Link	-	Inserta una fila de datos vinculados geoméricamente
Main		Inserta una fila de aplicación
Geometry		
Graph		
Graph Editor		
3D Graph Editor		
Conics Graph		
Conics Editor		
Stat Graph		
List Editor		
NumSolve		
Sequence Editor		
Notes		

Menú Action (Acción)	
Comando	Descripción
Action	Inserta un comando



Otros botones	
Botón	Acción
	Abre el cuadro de diálogo de archivos
	Alterna entre el modo estándar y el modo decimal.
	Pone en negrita toda la línea de texto donde está situado el cursor.
	Convierte una fila de texto en una fila de cálculo.
	Convierte una fila de cálculo en una fila de texto.

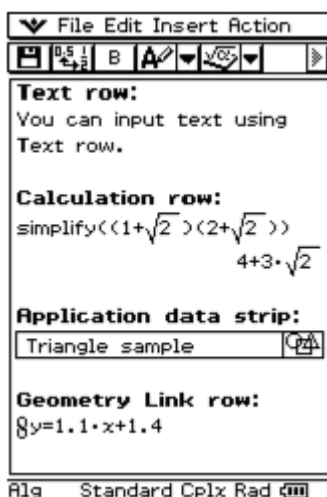
4. Operaciones de tecla de eActivity

En la aplicación eActivity, la tecla de cursor, tecla [←] y tecla [EXE] operan de forma diferente a como lo hacen en los otros modos.

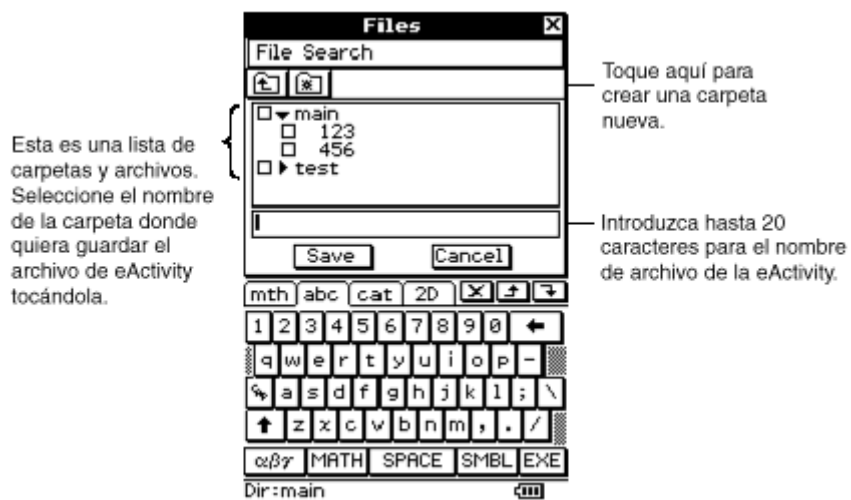
1. Las teclas de cursor mueven el cursor por la ventana de eActivity. Las teclas [◀] [▶] mueven el cursor hacia la izquierda y hacia la derecha en la fila actual, pero la mayoría de las veces no se pueden usar para mover el cursor entre filas de tipos diferentes. Las teclas [▲] [▼] mueven el cursor entre filas, sin tener en cuenta el tipo.
2. Al presionar la tecla [←] se borra el carácter a la izquierda de la posición actual del cursor.
3. Al presionar la tecla [EXE] mientras el cursor está en una fila de texto, se inserta un retorno de carro y se añade una línea nueva.
4. Al presionar la tecla [EXE] mientras el cursor está en una fila de cálculo, se vuelve a calcular la expresión de la fila de cálculo actual, así como todas las filas de cálculo debajo de la fila actual.
5. Al presionar la tecla [EXE] mientras el cursor está en una fila de vínculo geométrico, se vuelven a calcular los datos en el vínculo y se actualiza el gráfico correspondiente en la ventana de geometría.

5. Pasos básicos para crear una eActivity

1. Toca  para ver el menú de aplicaciones, y luego toca  para arrancar la aplicación eActivity. Se muestra la ventana de eActivity tal como aparecía la última vez que se usó.
2. Si ya estás en la aplicación eActivity y hay datos en la pantalla, toca [File] y luego [New]. Ten en cuenta que [New] borra los datos de la pantalla sin guardarlos.
3. En la ventana de eActivity, inserta el texto, las expresiones, los datos de aplicación y otros datos que quieras incluir en la eActivity. Hay cuatro tipos de datos que puedes insertar en una eActivity: filas de texto, filas de cálculo, filas de vínculo geométrico y tiras de datos de aplicación.



- Después de que la eActivity esté de la manera deseada, toca [File] y luego [Save]. Aparece el cuadro de diálogo de archivos.





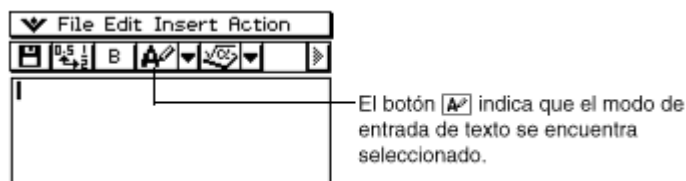
- Después de seleccionar una carpeta e introducir un nombre de archivo, toca [Save] para guardar la eActivity.

6. Insertar una fila de texto





Las filas de texto permiten ver y editar texto directamente en la ventana de eActivity. Las filas de texto pueden contener múltiples líneas, así como expresiones matemáticas. Las expresiones matemáticas contenidas en una fila de texto no se evalúan. Al pulsar [EXE] mientras estás en el modo de entrada de texto avanzarás a la línea siguiente sin ver los resultados. Las filas de texto individuales pueden desplazarse horizontalmente pero no verticalmente. Es posible desplazar verticalmente toda la página de eActivity. También puedes utilizar el teclado virtual [2D] para introducir expresiones matemáticas en una fila de texto.

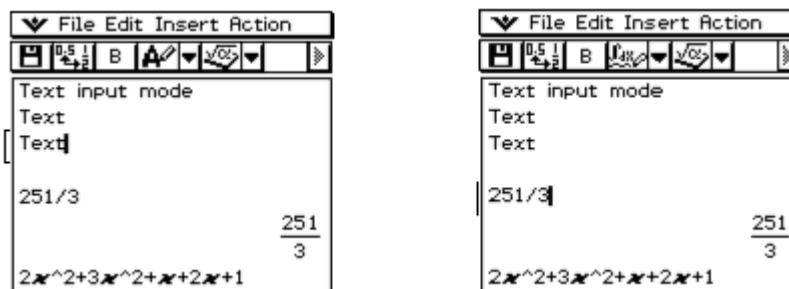
Para seleccionar el modo de entrada sigue los siguientes pasos:

1. En la ventana de eActivity, toca el primer botón de flecha hacia abajo en la barra de herramientas.
2. En la paleta de iconos que aparece, toca  para seleccionar el modo de entrada de texto, o  para seleccionar el modo de entrada de cálculo.



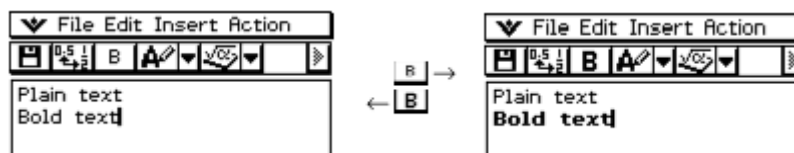
Nota:

- También puedes alternar entre los modos de entrada de texto y entrada de cálculo tocando  / .
- El botón de la barra de herramientas para alternar entre los modos de entrada aparece como  mientras el cursor está en una fila de texto, y como  mientras el cursor está en una fila de cálculo.



Para insertar una fila de texto sigue los siguientes pasos:

1. Toca **A** para cambiar una fila al modo de entrada de texto. Si el cursor está en una línea que ya contiene datos de entrada, coloca el cursor al final de la línea, toca [Insert] y luego [Text Row]. Esto inserta una fila de texto en la línea siguiente.
2. Utiliza el teclado virtual o las teclas del teclado para introducir el texto deseado. Para introducir los caracteres alfabéticos puedes usar el teclado alfabético (abc). Utiliza los otros teclados para introducir expresiones matemáticas, comandos, etc. Ten en cuenta que cualquier expresión o comando que introduzcas en una fila de texto será considerado como texto. No se ejecutará. Ten en cuenta que no se realiza el cambio de línea automático cuando introduces texto en una fila de texto. Debido a esto, debes tocar **EXE** para introducir retornos de carro cuando sea necesario.
3. Para poner un texto en negrita, mueve el cursor a la línea de texto que deseas poner en negrita y toca **B**.
4. Para cancelar la negrita, toca de nuevo **B**.

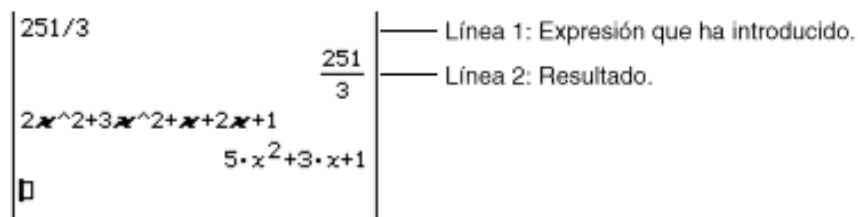


7. Insertar una fila de cálculo

Las filas de cálculo permiten realizar cálculos en una eActivity. Cuando introduces una expresión matemática, aparece la expresión de salida (resultado), alineada a la derecha en la línea siguiente. Una eActivity que contenga solamente filas de cálculo se parece mucho a la ventana de la aplicación Principal. Puedes editar la expresión de entrada, pero no la expresión de salida (resultado). También puedes copiar, pegar, arrastrar y soltar las expresiones de entrada y de salida. Las filas de entrada y de salida se desplazan independientemente en dirección horizontal.

Para insertar una fila de cálculo sigue los siguientes pasos:

1. Toca **Calc** para cambiar una fila al modo de entrada de cálculo. Si el cursor está en una línea que ya contiene datos de entrada, coloca el cursor al final de la línea, toca [Insert] y luego [Calculation Row]. Esto inserta una fila de cálculo en la línea siguiente.
2. Utiliza el teclado virtual o las teclas del teclado para introducir la expresión matemática deseada. Las técnicas para introducir una expresión matemática son idénticas a las de la aplicación Principal.
3. Pulsa [EXE] después de introducir una expresión para ver su resultado.

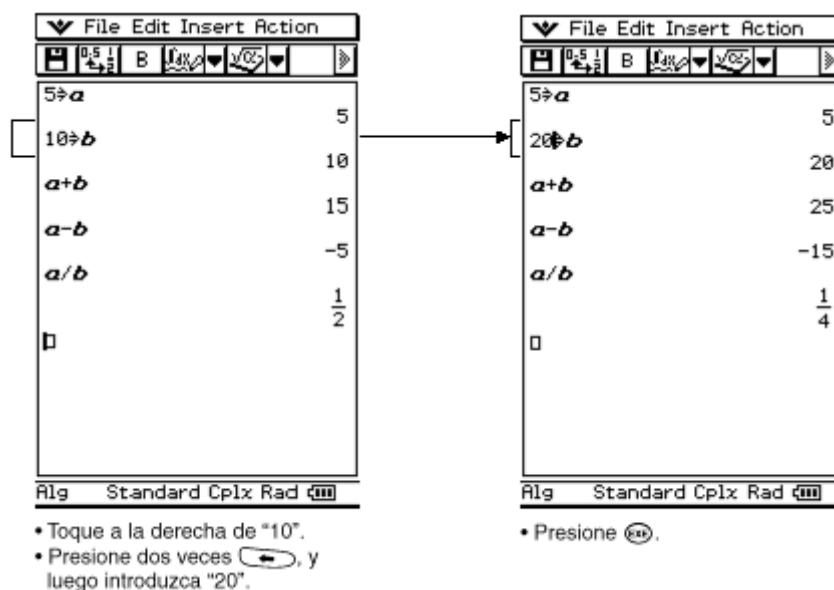


Si quieres introducir una expresión sin ver su resultado, no pulses [EXE]. En su lugar, toca [Insert] y luego [Text Row] para introducir una fila de texto. O también puedes cambiar la fila actual a una fila de texto, tocando mientras el cursor esté en la fila.

Nota importante

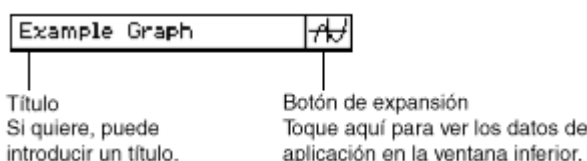
Si editas la expresión en una fila de cálculo existente y luego pulsas [EXE], todas las expresiones siguientes a la línea que has editado se vuelven a calcular y sus resultados se actualizan. Incluso las expresiones matemáticas que introdujiste al principio en la eActivity sin calcular sus resultados son calculadas, y aparecen sus resultados.


Al cambiar "10 ⇒ b" por "20 ⇒ b" en el ejemplo siguiente y al pulsar [EXE], todas las expresiones debajo de "20 ⇒ b" vuelven a calcularse.
















8. Insertar una tira de datos de una aplicación

Puedes insertar datos desde otras aplicaciones de la ClassPad en una eActivity. Una tira de datos de aplicación contiene los elementos mostrados a continuación.

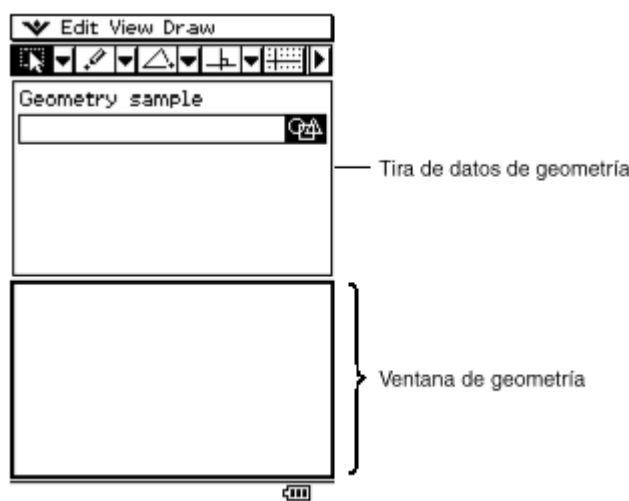


Para insertar una tira de datos de aplicación en una eActivity toca el menú [Insert] o el botón [▼] junto al botón , y luego selecciona el comando o botón que corresponda al tipo de dato.

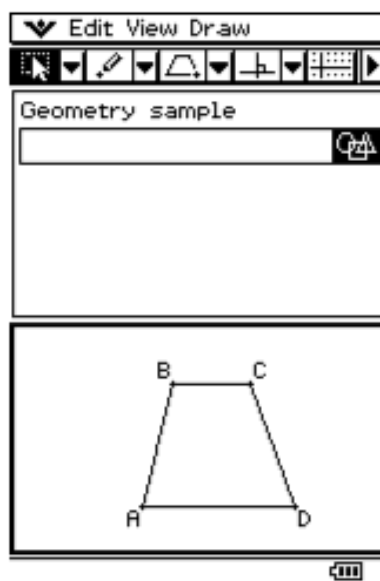
Menú	Botón	Descripción
Main		Datos de la ventana Principal
Geometry		Datos de la ventana Geometría
Graph		Datos de la ventana de gráficos de Gráficos y Tablas
Graph Editor		Datos de la ventana del editor de gráficos de Gráficos y Tablas
3D Graph		Datos de la ventana de gráficos de Gráficos 3D
3D Graph Editor		Datos la ventana del editor de gráficos de Gráficos 3D
Conics Graph		Datos de la ventana de gráficos de Cónicas
Conics Editor		Datos de la ventana del editor de gráficos de Cónicas
Stat Graph		Datos de la ventana de gráficos estadísticos
List Editor		Datos de la ventana del editor de listas
NumSolve		Datos de la ventana de Resolución numérica
Secuence Editor		Datos de la ventana del editor de secuencias
Notes		Ventana de notas


9. Ejemplo: Insertar una tira de datos de geometría.

En el menú eActivity, toca [Insert] y luego [Geometry]. Esto inserta una tira de datos de geometría, y muestra la ventana de geometría en la mitad inferior de la pantalla.



- En la ventana de geometría, dibuja la figura deseada.



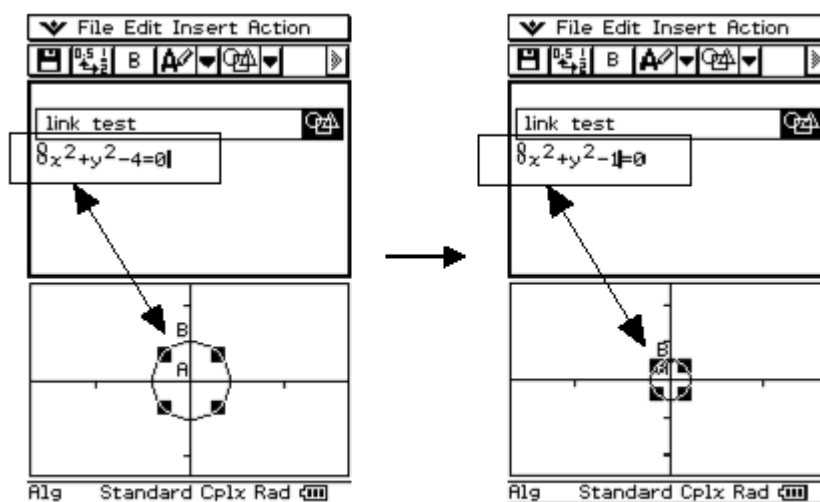
- Una vez efectuada la operación deseada en la ventana de geometría, toca  y luego [Close] para cerrar la ventana de geometría y volver a la ventana de eActivity.
- Toca el cuadro de título de la tira de datos geométricos e introduce el título deseado.



- Si quieres introducir más datos en la eActivity, toca la línea siguiente o utiliza el menú [Insert] para seleccionar el tipo de tira que quieres insertar a continuación.

10. Insertar una fila de vínculo geométrico

Una fila de vínculo geométrico permite asociar dinámicamente datos en la ventana de geometría con los datos correspondientes en una eActivity. Puedes ver líneas y figuras dibujadas en Geometría como valores y expresiones matemáticas en una fila de vínculo geométrico. Al arrastrar una línea o una figura desde la ventana de geometría a una fila de vínculo geométrico en una eActivity, la línea o la figura se convierte en su expresión matemática. Esta expresión está vinculada con su figura de la ventana de geometría, de manera que al modificar una de ellas se produce un cambio correspondiente en la otra.

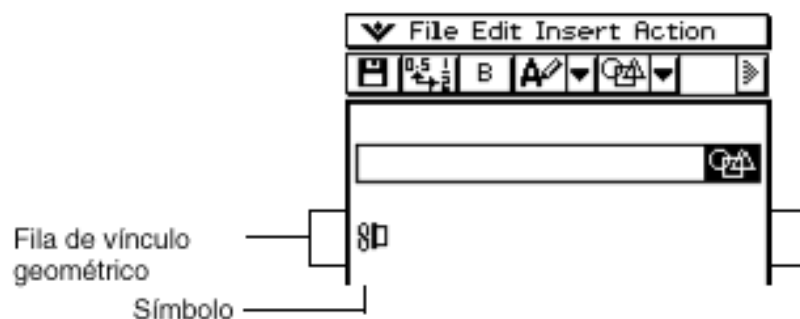


Ejemplo de inserción de una fila de vínculo geométrico

Al modificar la ecuación en un vínculo geométrico se actualiza la figura en la ventana de geometría. Al contrario, al cambiar la forma, posición o algún otro parámetro de la figura en la ventana de geometría se actualiza la ecuación en el vínculo geométrico.

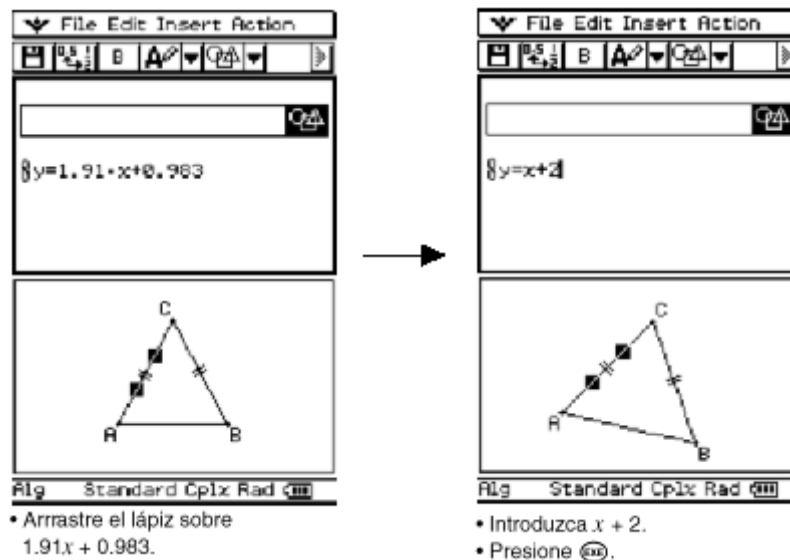
Ejemplo: Arrastrar un lado de un triángulo dibujado en la ventana de geometría y vincularlo con una eActivity.

1. Abre la aplicación eActivity. A continuación, toca [Insert] y luego [Geometry] para insertar una tira de geometría.
2. En la ventana de geometría que aparece en la mitad inferior de la pantalla, dibuja un triángulo.
3. Toca la ventana de eActivity justo debajo de la tira de geometría. Esto hace que la ventana de eActivity sea la ventana activa.
4. Toca [Insert] y luego [Geometry Link]. Esto inserta una fila de vínculo geométrico en la línea siguiente.



- Toca la ventana de geometría para hacer que sea la ventana activa.

- Toca un lado del triángulo para seleccionarlo, y luego arrástralo al símbolo de vínculo en la ventana de eActivity. Esto introduce la ecuación de la línea que representa al lado del triángulo en el vínculo. Al modificar la ecuación en la fila de vínculo geométrico y pulsar [EXE], se produce un cambio correspondiente en la ventana de geometría (captura de pantalla inferior derecha). El ejemplo siguiente muestra cómo cambia el triángulo isósceles ABC ($CA = BC$) cuando la ecuación en la fila de vínculo geométrico se cambia de $y = 1.91x + 0.983$ a $y = x + 2$.

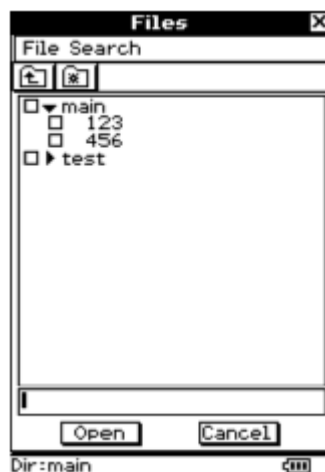


- Al arrastrar una línea o una figura desde la ventana de geometría a una fila de texto o una fila de cálculo de una eActivity, la figura se convierte también en su valor o ecuación. En este caso, sin embargo, los datos en la fila de texto o en la fila de cálculo no están vinculados con la figura de la ventana de geometría.
- Al pulsar [EXE] después de cambiar los datos en un vínculo geométrico se actualiza la figura correspondiente en la ventana de geometría.

11. Abrir una eActivity existente

Para abrir un archivo de eActivity existente sigue los pasos siguientes.

- En la ventana de eActivity, toca [File] y luego [Open]. Aparece el cuadro de diálogo de archivos.



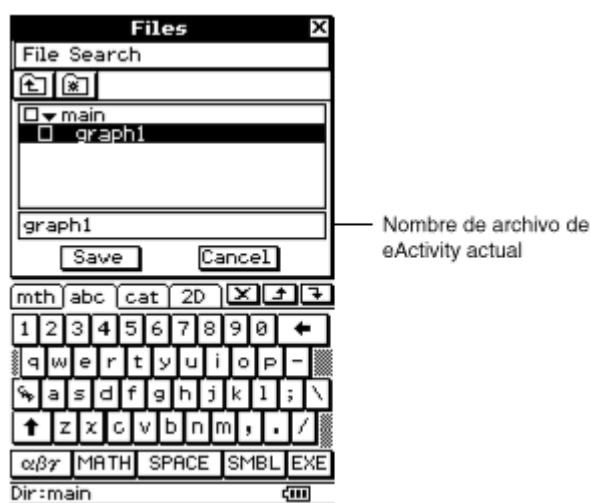
2. Selecciona el nombre del archivo de eActivity que quieres abrir tocando sobre él.
3. Toca [Open]. Se abre la eActivity que ha seleccionado en el paso (2).

12. Guardar una eActivity editada

Podemos guardar una eActivity editada de dos formas: volver a guardar la eActivity original con la eActivity recién editada, o guardar los datos editados como una eActivity nueva con un nombre de archivo diferente, sin cambiar la eActivity abierta original.

Para reemplazar el archivo de eActivity original con la versión recién editada, sigue estos pasos:


- En la ventana de eActivity, toca [File] y luego [Save]. Aparece el cuadro de diálogo de archivos.



Nombre de archivo de eActivity actual

- Toca [Save] sin cambiar el nombre de archivo que aparece. De esta manera, el archivo de eActivity original es reemplazado por la versión recién editada.

Para guardar una eActivity editada con un nombre diferente sigue estos pasos:

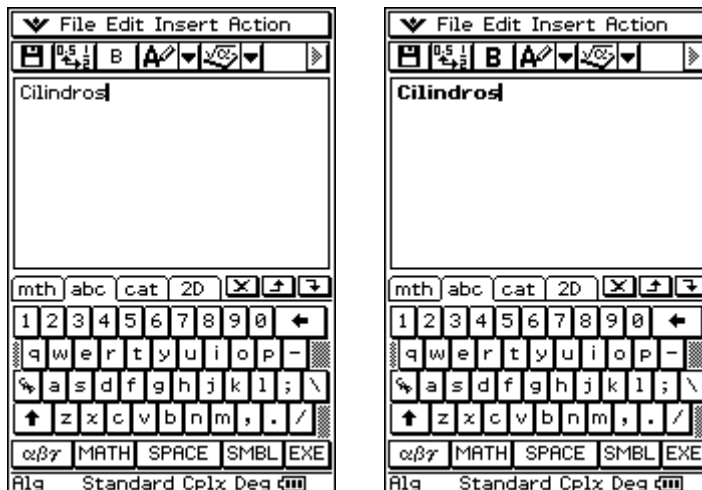
- En la ventana de eActivity, toca  o toca [File] y luego [Save]. Aparece el cuadro de diálogo de archivos.
- Si quieres, toca el nombre de la carpeta donde quieres guardar el nuevo archivo de eActivity.
- Toca el cuadro de entrada de nombre de archivo, e introduce el nombre de archivo nuevo que deseas usar.
- Cuando todoarezca de la manera deseada, toca [Save]. Esto guarda la eActivity como un archivo nuevo con el nombre de archivo indicado.

EJERCICIOS CON LA APLICACIÓN eActivity

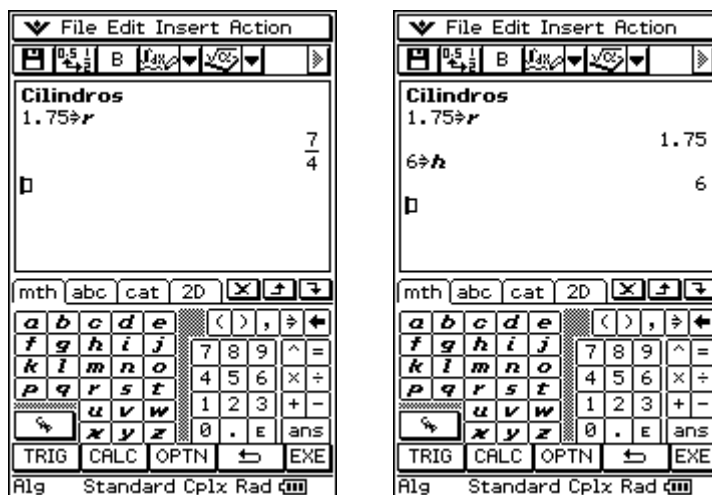
1.- Cilindros

Vamos a crear una hoja de cálculo eActivity con fórmulas para el volumen y la superficie de cilindros abiertos y cerrados.

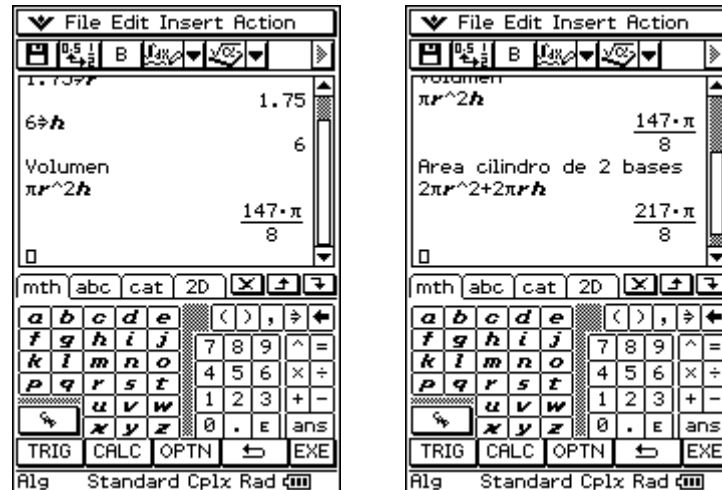
- Crea una hoja de cálculo eActivity, cuyo título sea **Cilindros** (en negrita).



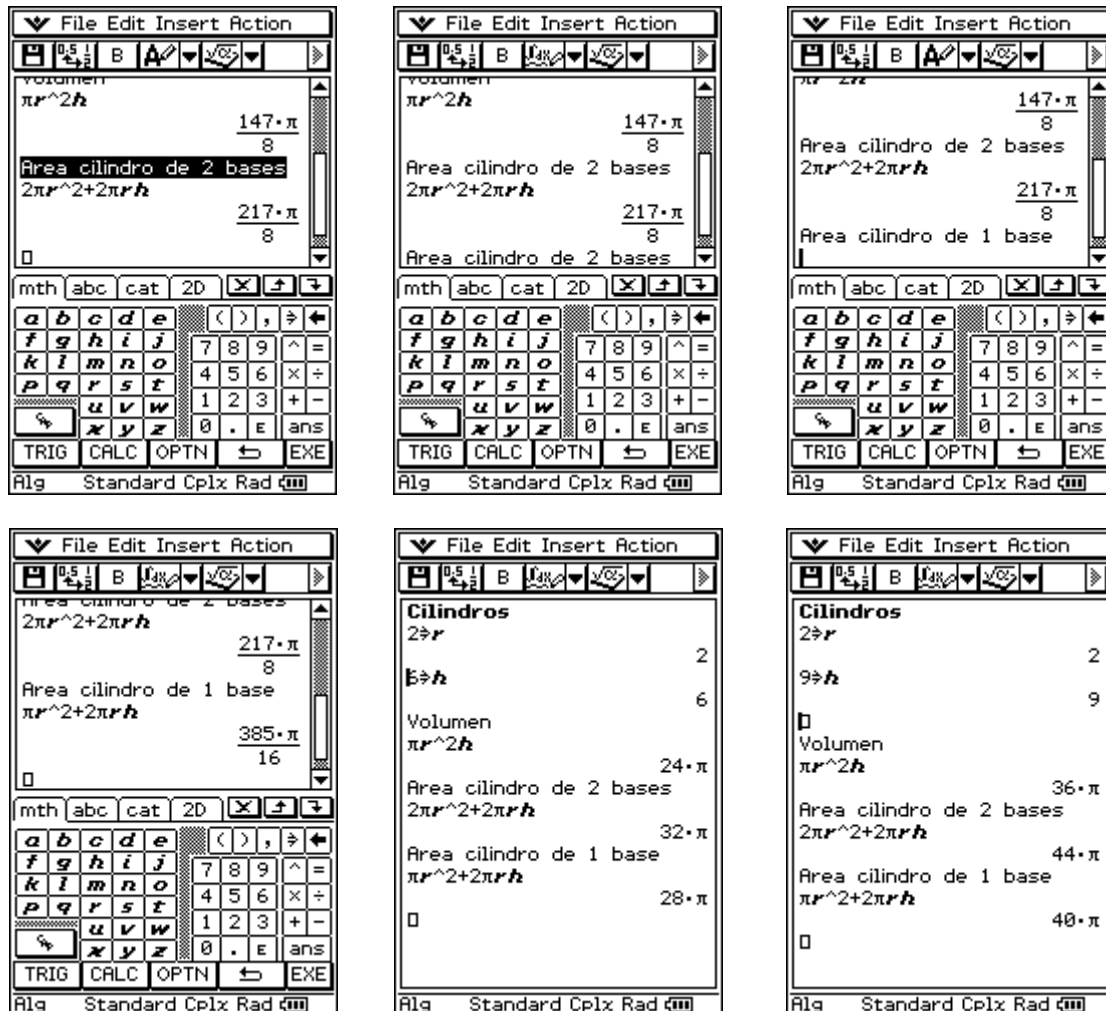
- Las entradas de la hoja de cálculo serán r y h, radio y altura del cilindro. Para definir las, inserta una tira de cálculo y asigna los valores iniciales 1,75⇒r, 6⇒h. Las letras de variables las encontrarás pulsando [mth] [VAR] y deberás pulsar sobre el operador de asignación [⇒] situado en el teclado virtual.



- En la pantalla de texto escribe "Volumen" y a continuación la fórmula del volumen del cilindro: $\pi r^2 h$. Seguidamente, escribe el texto "Área del cilindro con dos bases" y a continuación la fórmula del área: $2\pi r^2 + 2\pi rh$.



- Arrastra el texto "Área del cilindro con dos bases" y modifica el texto para que quede "Área del cilindro con una base". Arrastra la fórmula del área y modifícala para que quede: $\pi r^2 + 2\pi rh$.

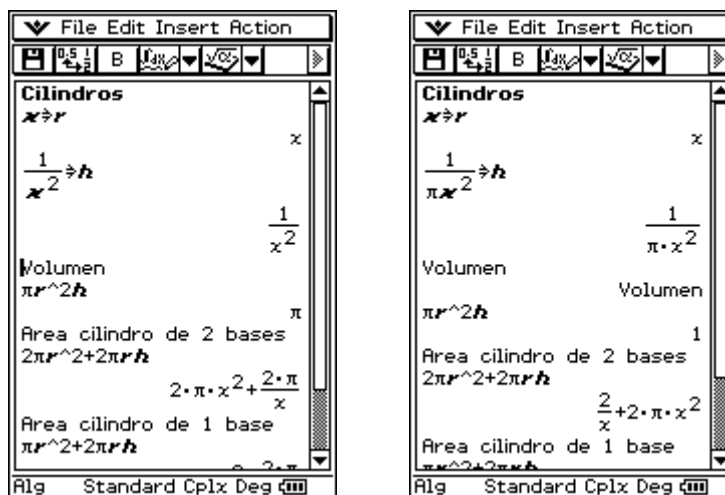


- Sitúa el cursor al principio de la página y cambia el valor de r y h, con lo que los valores correspondientes para el volumen y las áreas se actualizarán de forma automática.

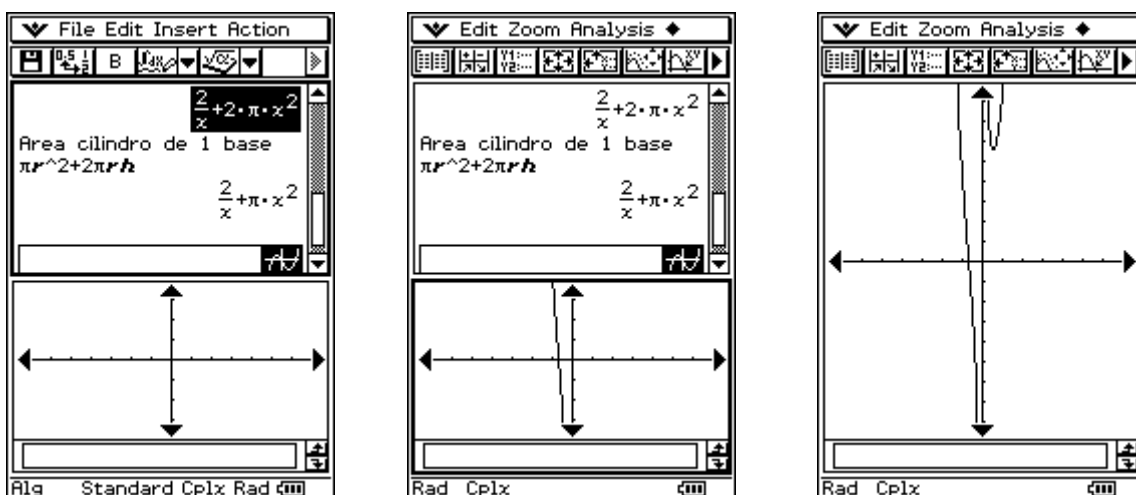
2.- Cilindro de superficie mínima

Aprovechando la hoja de cálculo eActivity anterior, vamos a buscar el cilindro cerrado con superficie mínima que tenga un volumen igual a 1.

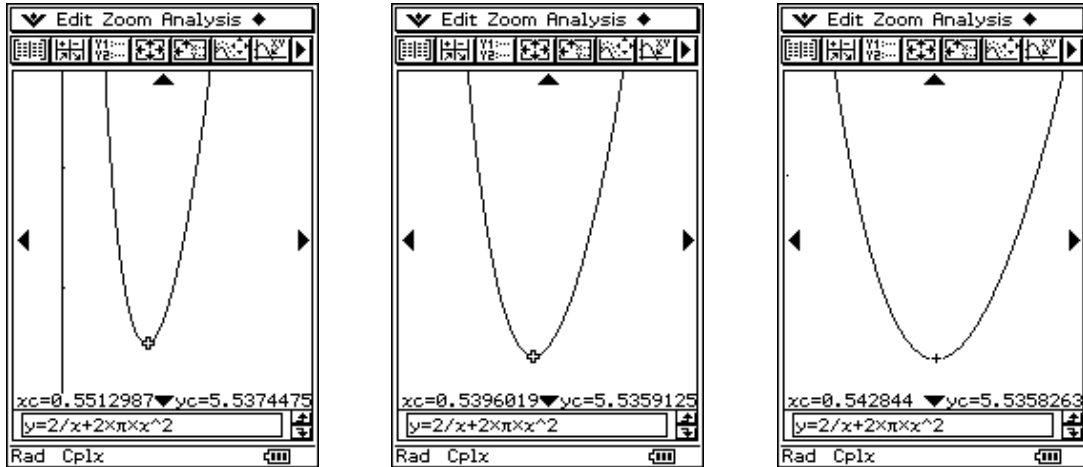
- Observa que si en la fórmula del volumen del cilindro ($\pi r^2 h$) hacemos $h=1/r^2$, entonces el volumen es constante. Como las variables r y h ya están asignadas a valores numéricos, expresaremos dichos valores en términos de una nueva variable x sin asignar. Selecciona los valores numéricos de r y h y sustitúyelos de forma que quede: $x \Rightarrow r, 1/x^2 \Rightarrow h$. Observa que toda la página se actualiza de acuerdo con la nueva variable x .
- Observa que el volumen es constante, pero no es igual a 1. Para conseguir que lo sea, hay que dividir h por π . Efectúa la asignación de variable: $1/\pi x^2 \Rightarrow h$. Observa cómo se actualiza la página y que ahora el valor del volumen es igual a 1.



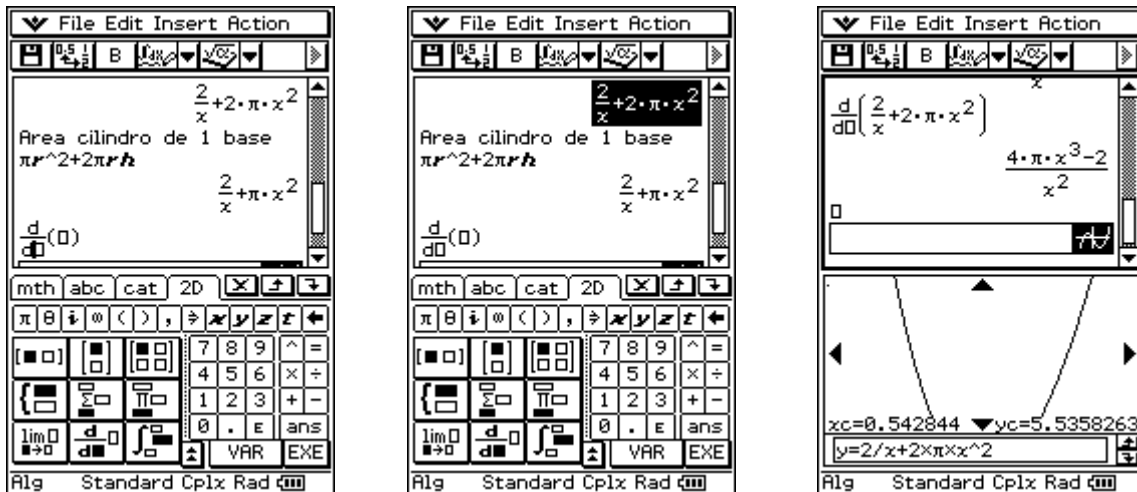
- Para localizar el cilindro de área mínima, vamos a dibujar la gráfica del área. Inserta una tira de la aplicación Gráficos y tablas (Graph) y arrastra la fórmula del área del cilindro cerrado en la tira. Como la gráfica en pantalla dividida no se ve bien, cambia la gráfica a pantalla completa.



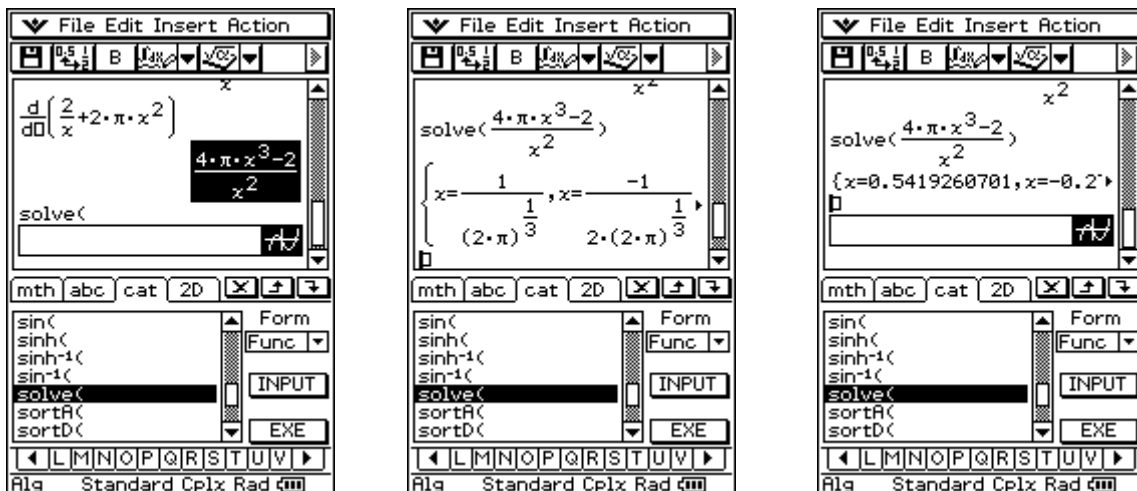
- Utiliza el cursor de recorrido y el zoom de la ClassPad para localizar el mínimo de la gráfica. Observa que el mínimo está aproximadamente en $x=0,542$.



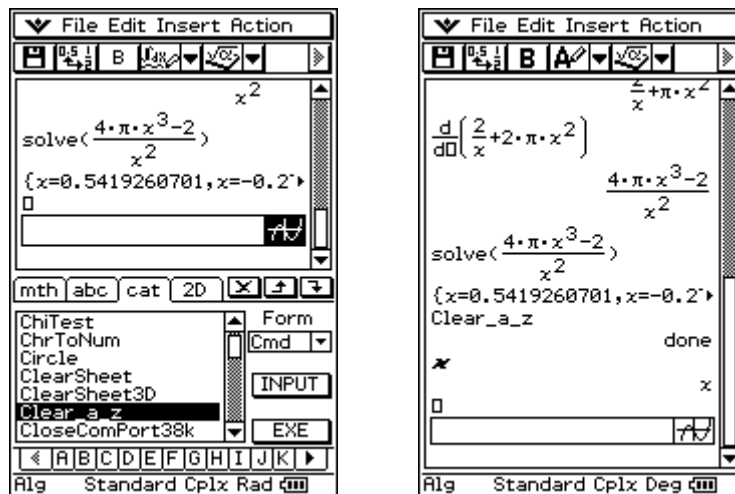
- Para confirmar este resultado de forma analítica, vuelve a la hoja de eActivity y resuelve la ecuación que resulta al igualar a 0 la derivada de la función área. Puedes arrastrar y soltar la fórmula del área directamente sobre la plantilla de derivada.



- Arrastra y coloca la derivada en un comando solve (x es la variable por defecto que se va a resolver y por tanto no es necesario especificarla, y tampoco es necesario hacerlo cuando se resuelve la ecuación "expresión=0". Así, basta introducir la entrada: solve(expresión)).



- De las dos soluciones, sólo tiene sentido en nuestro caso la positiva. Observa que está bastante próxima a 0,542, tal como vimos de forma gráfica.

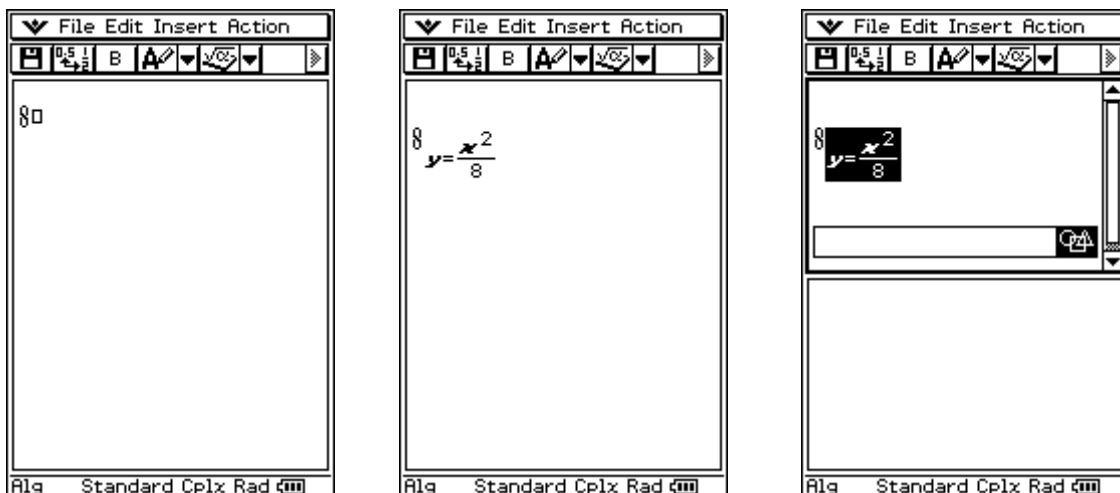


- Para terminar la actividad, borra las variables del problema. Para ello, en el teclado virtual [cat] y en la categoría [Com], selecciona el comando DelVar e indica el nombre de la variable (x) (o bien, selecciona el comando Clear_a_z que permite borrar todas las variables de una sola letra).

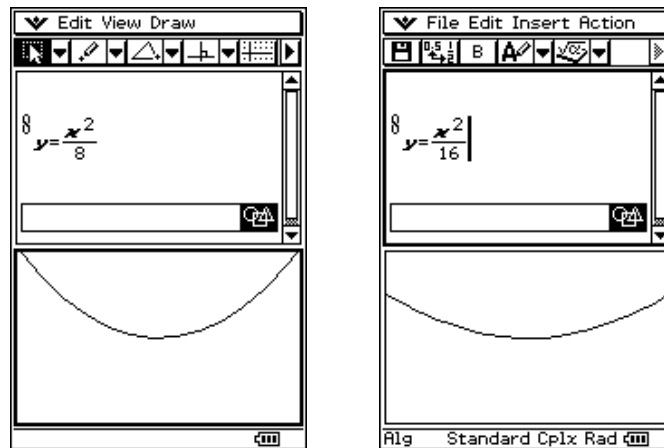
3.- Espejos parabólicos

Crearemos un modelo que nos permita estudiar la reflexión de un rayo de luz en un espejo parabólico.

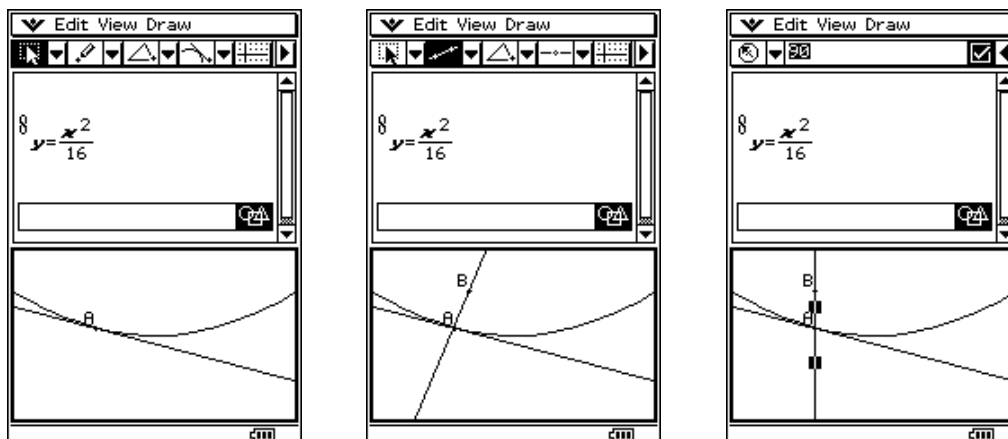
- En una nueva hoja de eActivity, inserta un vínculo de geometría. Observa que parece un campo de entrada matemático, pero tiene un símbolo de vínculo a su izquierda.



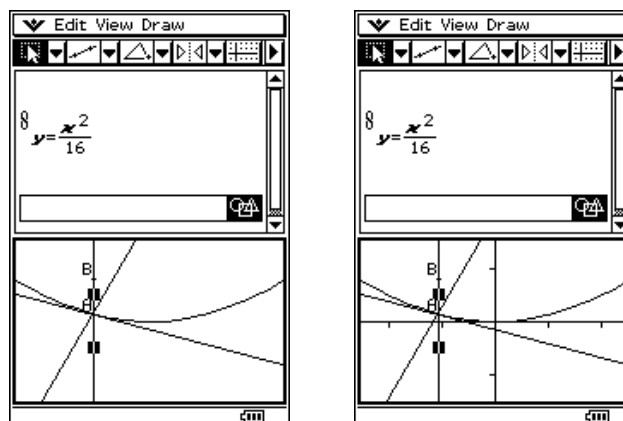
- Escribe la ecuación de la parábola $y=x^2/8$ en dicho vínculo geométrico.
- Inserta una tira de geometría y arrastra la ecuación a la pantalla de geometría.
- Cambia la ecuación en el vínculo geométrico y observa como el modelo geométrico se actualiza de manera automática.



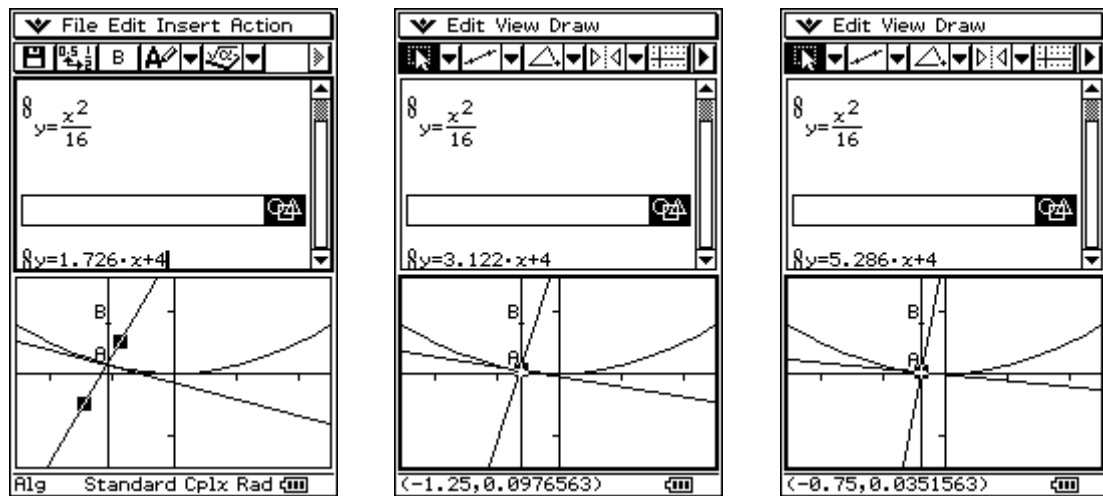
- Para estudiar la reflexión en la parábola, necesitamos construir su tangente. Utiliza el botón de la barra de herramientas de geometría para dibujar la recta tangente en un punto de la curva.
- Usando la barra de herramientas de geometría, dibuja una recta que corte a la parábola en el punto de tangencia.
- Con ayuda de la barra de medidas, establece la dirección de la recta para que ésta sea vertical. Para ello, haz que su ángulo de inclinación sea de 90°.



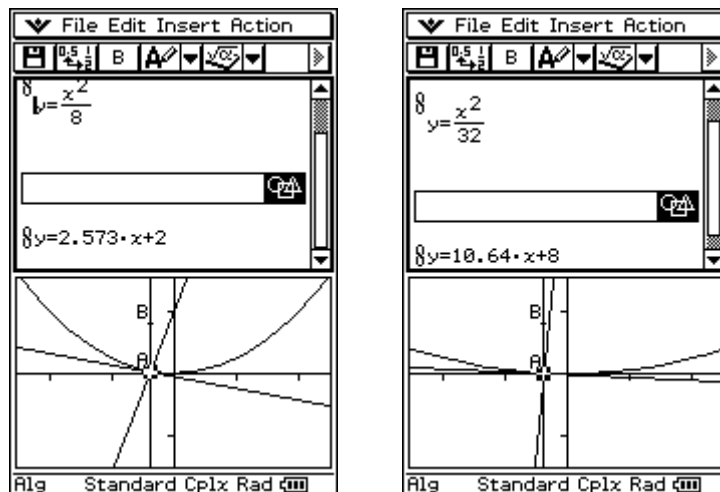
- Usando el botón de simetría axial de la barra de herramientas de geometría, refleja la línea AB en la recta tangente y haz que se muestren los ejes de coordenadas.
- Inserta una tira de vínculo geométrico y arrastra la línea reflejada hacia dicho vínculo. Automáticamente aparecerá en el vínculo la ecuación de la recta reflejada.



- Arrastra el punto A sobre la parábola y observa la actualización de la ecuación de la recta reflejada en el vínculo de la ventana eActivity.



- Cambia el punto A a otras posiciones sobre la parábola y observa las ecuaciones de las rectas reflejadas. ¿Qué propiedad tienen todas las rectas reflejadas?.



- Experimenta cambiando el coeficiente de la parábola original. Observa como la ventana de geometría y la ecuación de la recta reflejada se actualizan automáticamente. ¿Puedes identificar un patrón en las ecuaciones de las rectas reflejadas?.