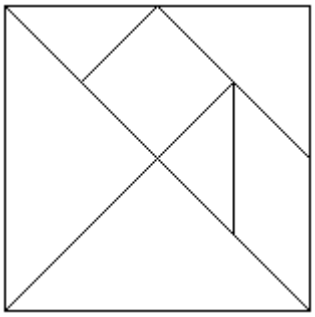
TALLER: **HACIENDO MATEMÁTICAS CON EL TANGRAM**

MAURICIO CONTRERAS DEL RINCÓN
I.E.S. BENICALAP
VALENCIA

Introducción

Una parte de las matemáticas recreativas se ocupa de los problemas de rompecabezas, en los que se corta en varias piezas una figura plana o un sólido y hay que hacer encajar las piezas entre sí para recomponer la figura original. Entre los pasatiempos recreativos de esta especie destacan, desde el Renacimiento, los rompecabezas chinos conocidos como “tangrams”. El juego consta de siete piezas o “tans” con los que es posible construir un cuadrado, tal como se indica en la siguiente figura:



En un principio, el juego se ha utilizado popularmente para reproducir figuras de animales, siluetas humanas u otros objetos conocidos. Resulta realmente sorprendente la cantidad de figuras que se pueden llegar a hacer. El interés de los matemáticos por el tangram nació a partir del hecho de que este rompecabezas da lugar a un montón de interesantes problemas geométricos combinatorios. En este taller pretendemos mostrar algunos de estos problemas, así como una colección de actividades útiles para las clases de matemáticas tanto en Primaria como en Secundaria.

1. Animales, personas y cosas

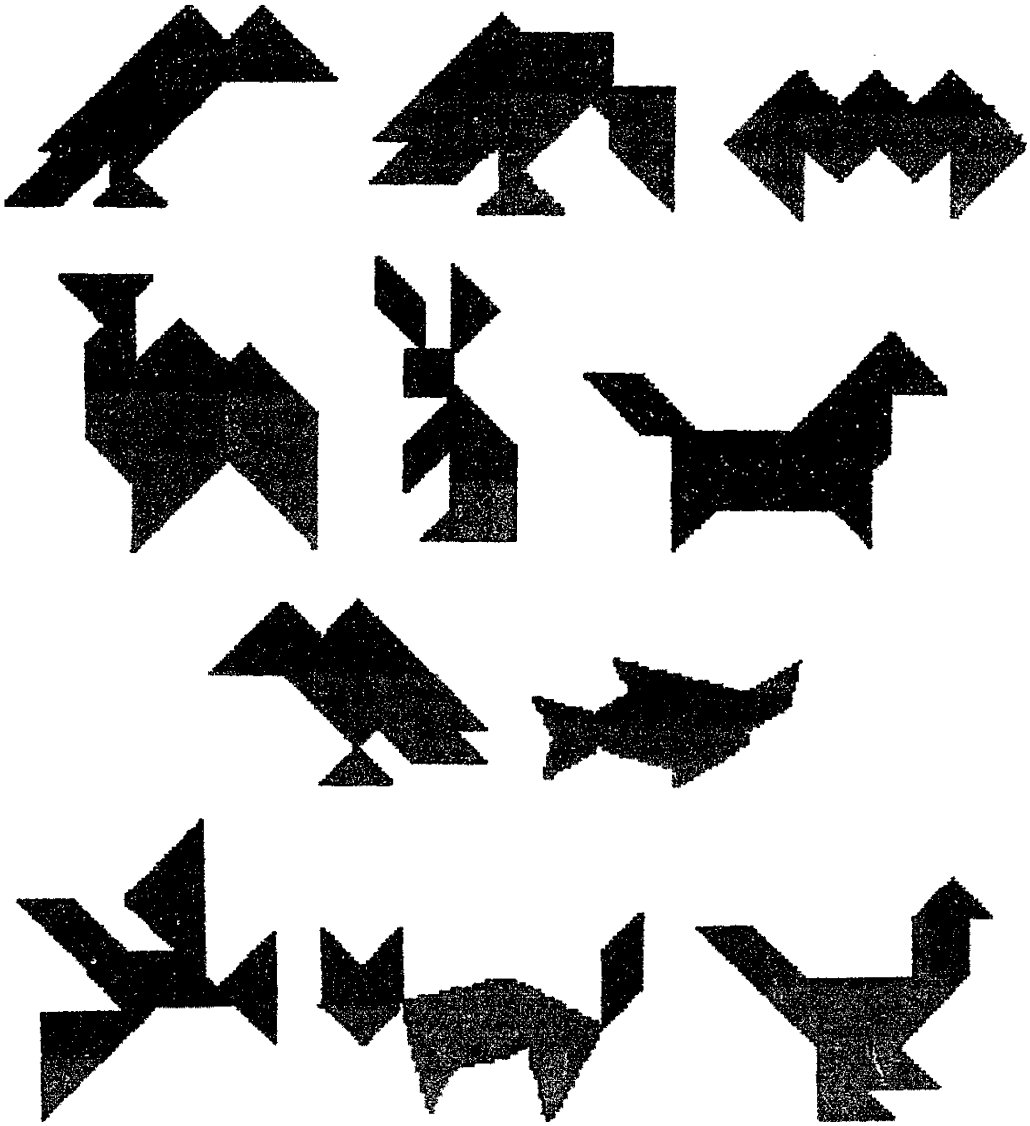
“La formación de diseños mediante siete piezas de madera... conocidas por tans... es uno de los pasatiempos más antiguos del Oriente. Son centenares las figuras que es posible construir, que remedan hombres, mujeres, pájaros, bestias, peces, casas, barcos, objetos domésticos, dibujos, etc..”

W. W. Rouse Ball
Mathematial Recreations and Essays

En efecto, como dice Ball, este rompecabezas permite diseñar multitud de figuras, por lo que es especialmente útil para trabajar la intuición espacial y la imaginación, tanto en Primaria como en Secundaria. Las dos cosas –intuición e imaginación– son fundamentales para el aprendizaje de la Geometría. Por ello, aunque el profesor tenga la sensación de que sus alumnos solamente están jugando al realizar las siguientes actividades, debería ser consciente de que con ellas se están desarrollando habilidades que serán fundamentales para trabajos posteriores de matemáticas.

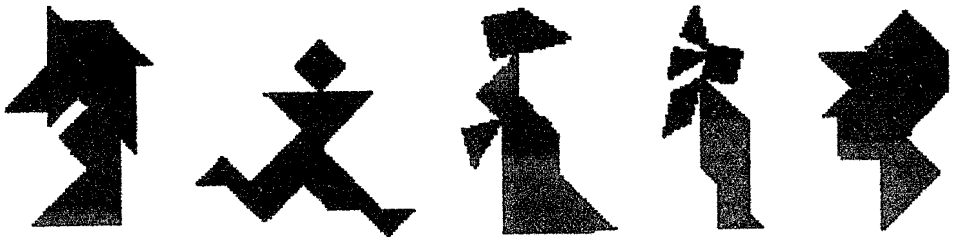
A) ANIMALES

Utilizando las siete piezas del tangram cada vez, construye las siluetas de estos animales que hemos visto en el zoo:



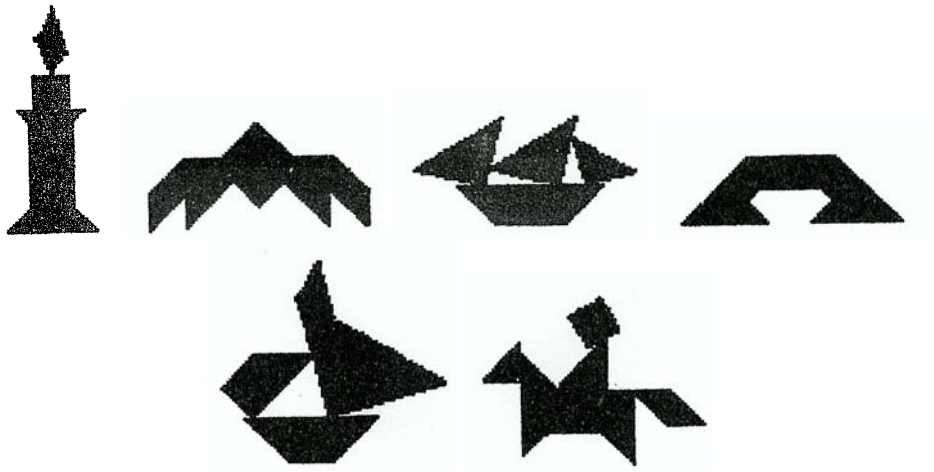
B) PERSONAS

Utilizando las siete piezas del tangram cada vez, construye las siluetas de estas personas que hemos visto por la calle:



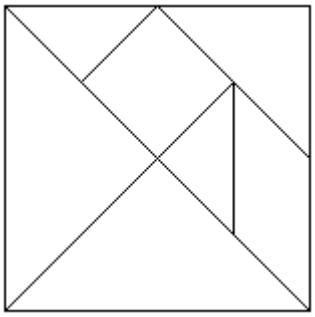
C) COSAS

Utilizando las siete piezas del tangram cada vez, construye las siluetas de estas figuras:

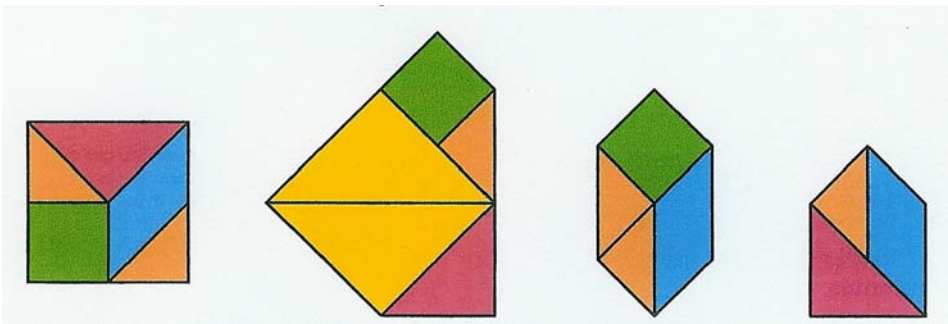


2. Problemas métricos

a) Suponiendo que el lado del cuadrado pequeño es 1 dm, calcula las dimensiones y el perímetro de cada una de las piezas del tangram.



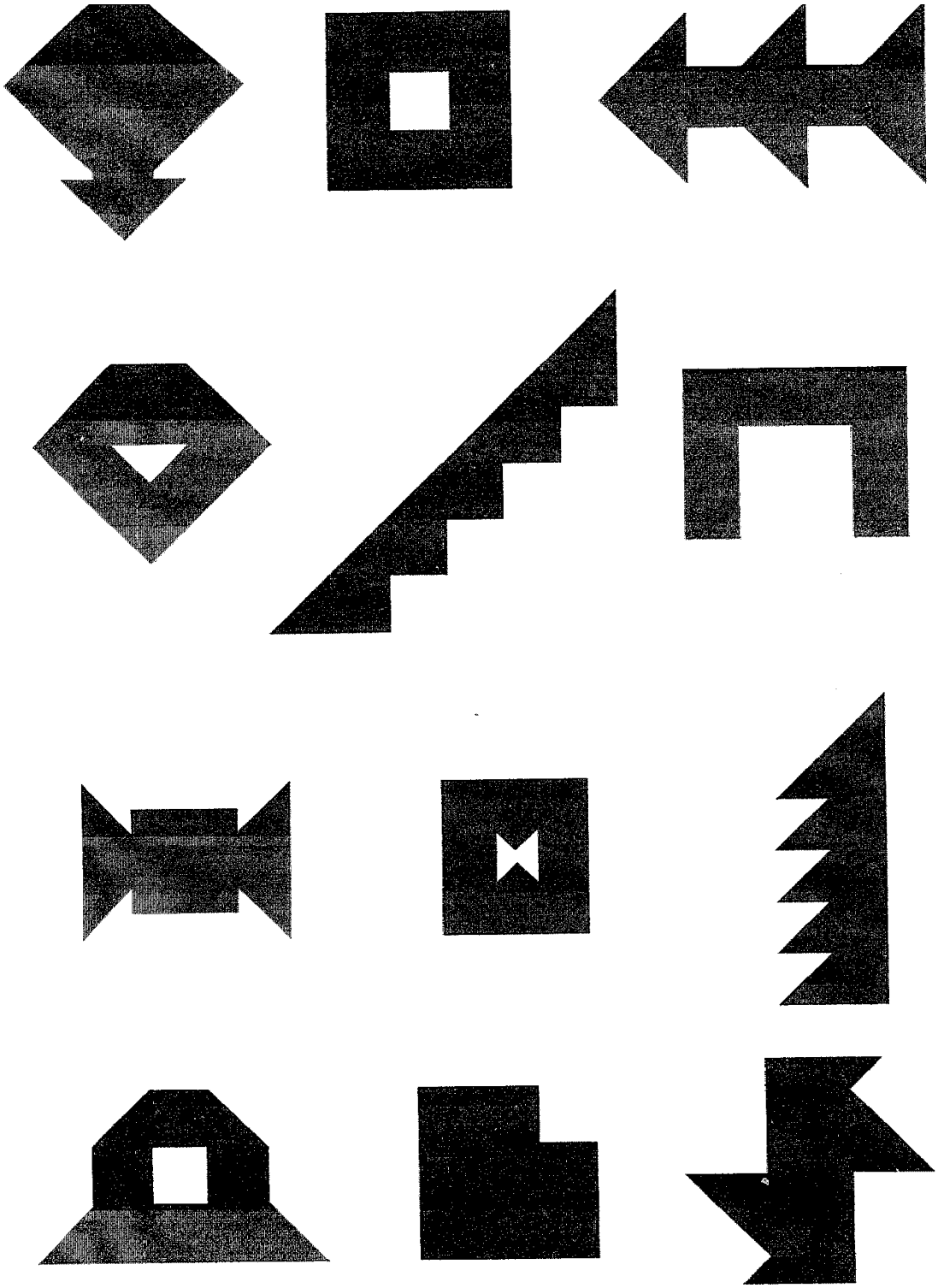
b) Si el cuadrado grande es la unidad, ¿qué fracción del cuadrado representa cada una de las piezas del tangram chino? ¿Qué fracción del cuadrado es cada una de las siguientes figuras?



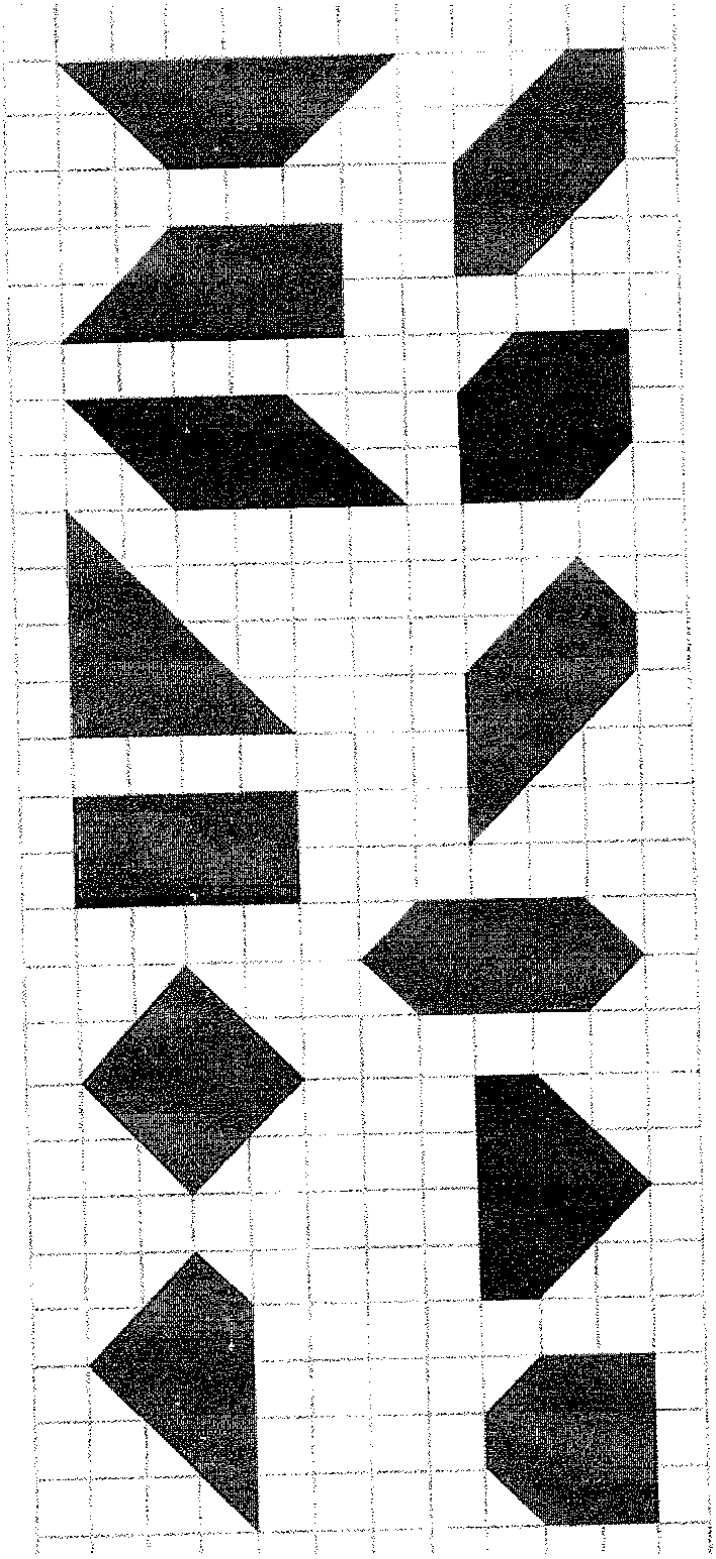
c) Construye y dibuja, con las piezas del tangram, figuras equivalentes a las siguientes fracciones: $\frac{1}{16}$, $\frac{4}{16}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{8}{16}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{12}{16}$, $\frac{14}{16}$.

3. Construcción de figuras geométricas

a) Utilizando las siete piezas del tangram, intenta construir las siguientes figuras. Una de ellas no se puede construir. ¿Cuál?.



b) Utiliza todas las piezas del tangram para construir cada una de las siguientes figuras:



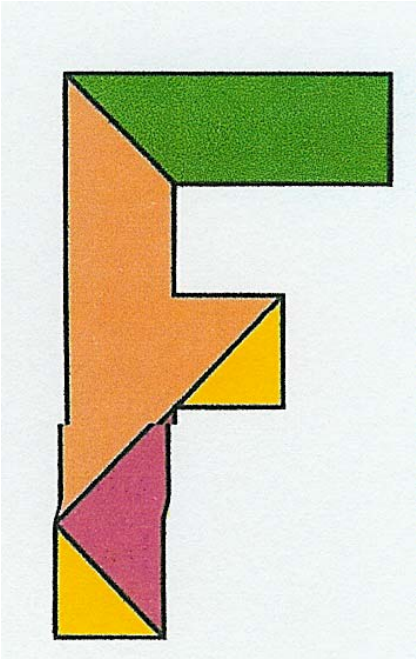
c) Utilizando todas las piezas del tangram, intenta construir todos los pentágonos que puedas. ¿Cuántas soluciones hay?.

4. Las matemáticas de los rompecabezas

Hay muchos rompecabezas relacionados con el cuadrado o con otros polígonos, aunque el más popular es el tangram. En las siguientes actividades, experimentadas en los varios cursos de ESO, se propone investigar las posibilidades didácticas de estos rompecabezas.

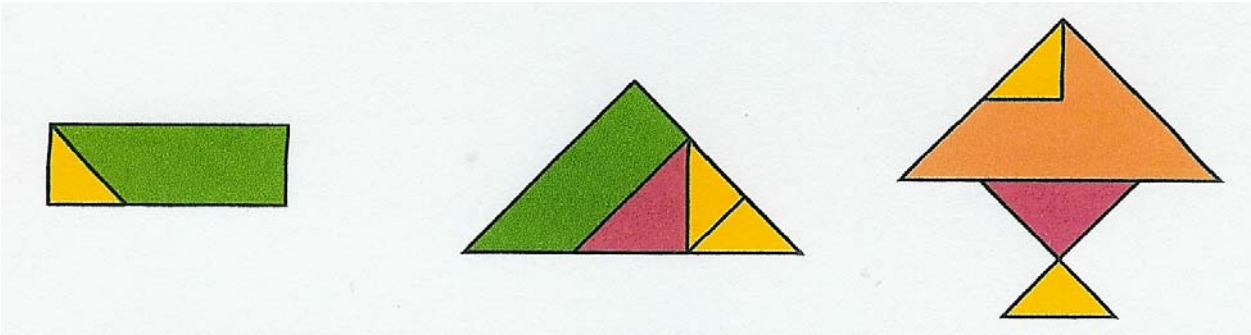
- **TANGRAM EFE**

El tangram F procede de la disección de la letra F en cinco piezas, tal como indica la siguiente figura:



a) ¿Qué fracción del tangram F es cada una de las cinco piezas?

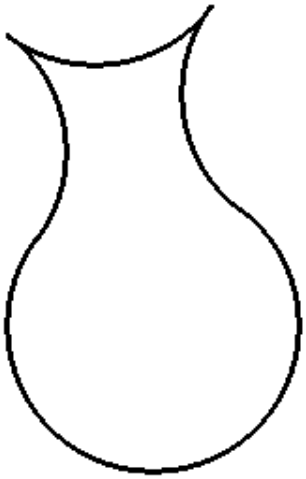
b) ¿Qué fracción del tangram F es cada una de las siguientes figuras?



c) Construye con las piezas del tangram F figuras que representen las fracciones: $\frac{1}{16}, \frac{4}{16}, \frac{5}{16}, \frac{8}{16}, \frac{11}{16}, \frac{12}{16}, \frac{14}{16}$.

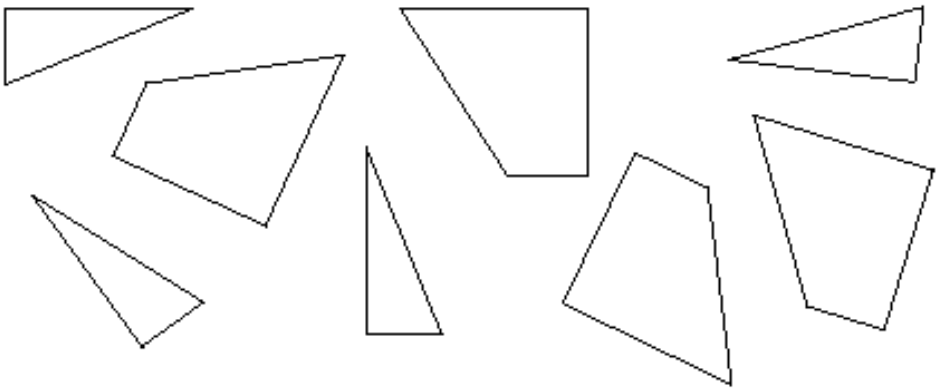
- **JARRÓN**

Divide esta figura de modo que puedas formar con todos los trozos un cuadrado.

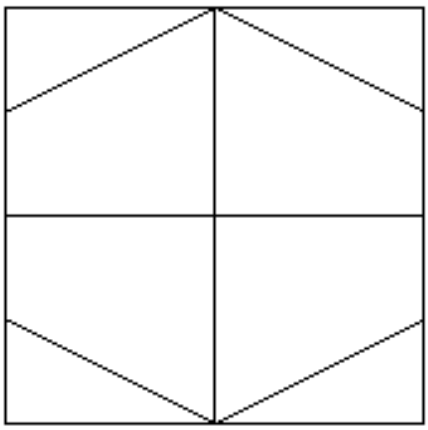


- **RECONSTRUIR EL CUADRADO**

a) Juntando estas ocho piezas puedes construir un cuadrado. Inténtalo.



b) Por ejemplo, ésta es una de las formas de construir el cuadrado. ¿De cuántas maneras puedes hacerlo?.

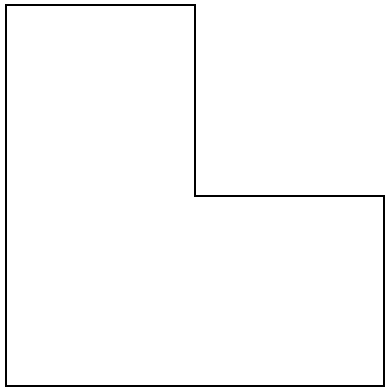


- **DIVISIÓN DEL TRAPECIO**

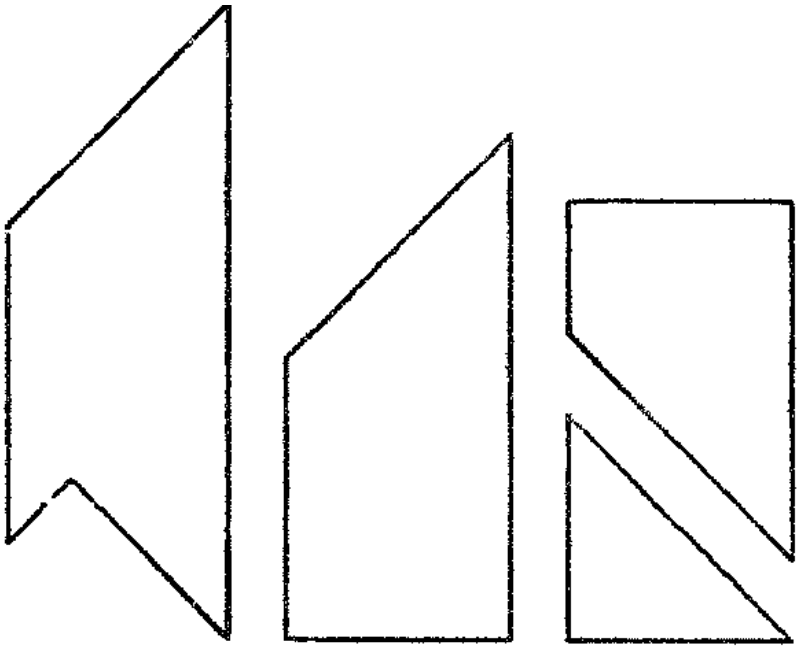
Intenta dividir este trapecio en cuatro partes de igual área.

- **ROMPECABEZAS Y PUZLES**

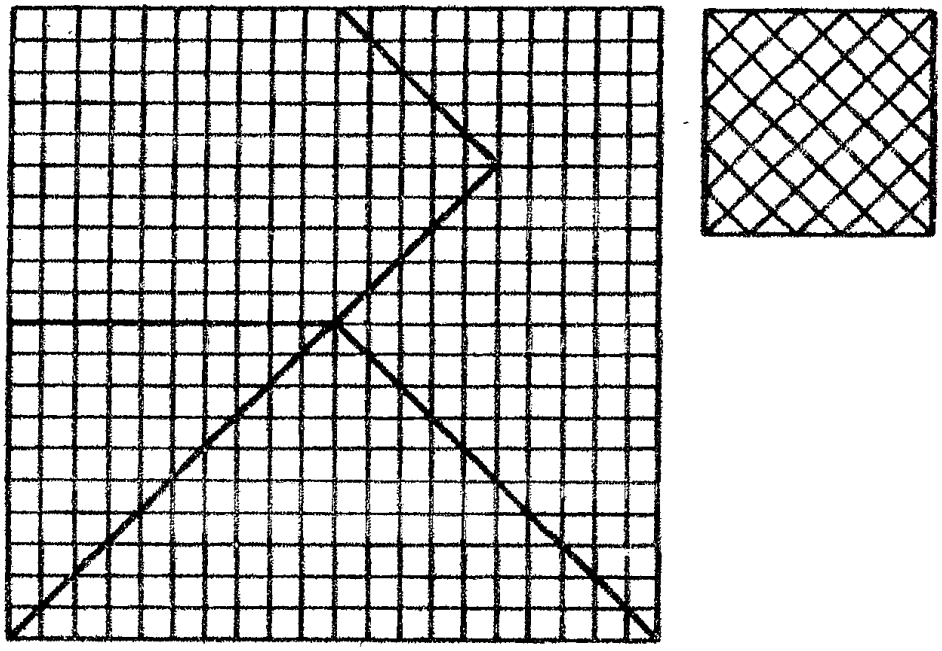
a) Divide la siguiente región en cuatro partes congruentes:



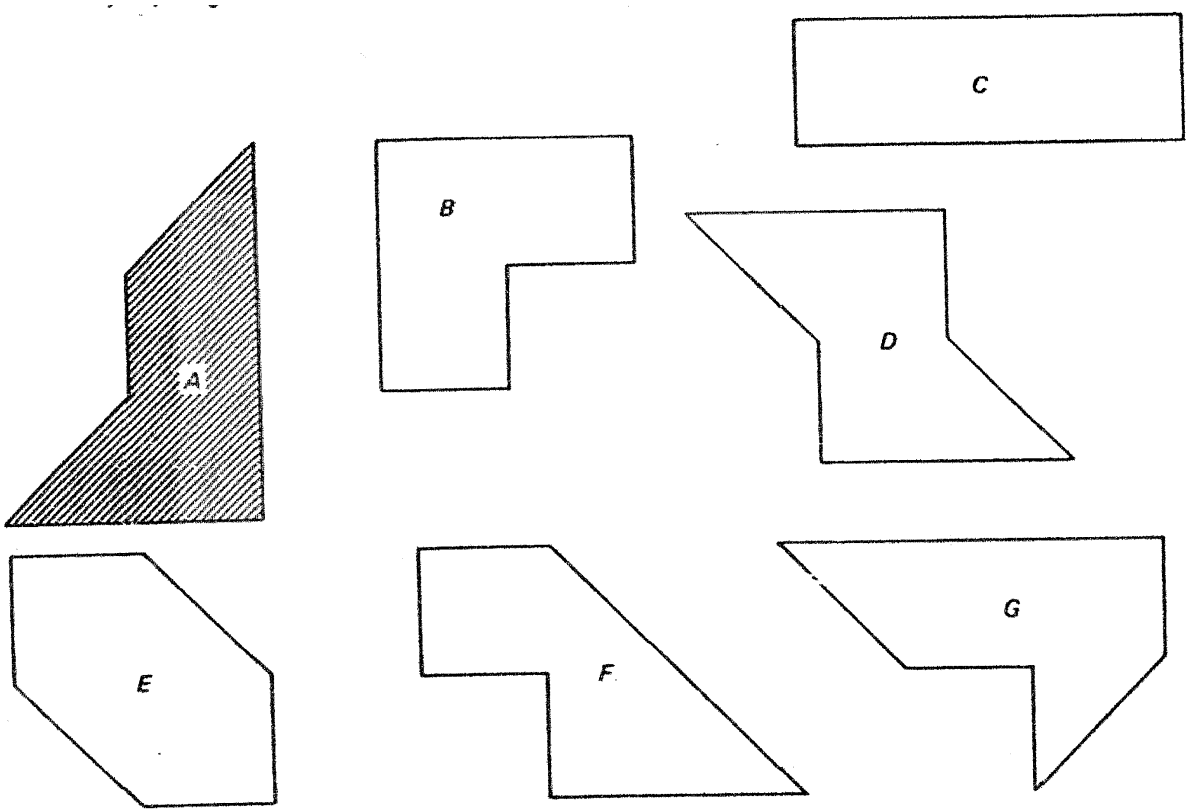
b) Copia y recorta las siguientes piezas y forma con ellas una letra T. Intenta formar también con esas piezas un trapecio isósceles.



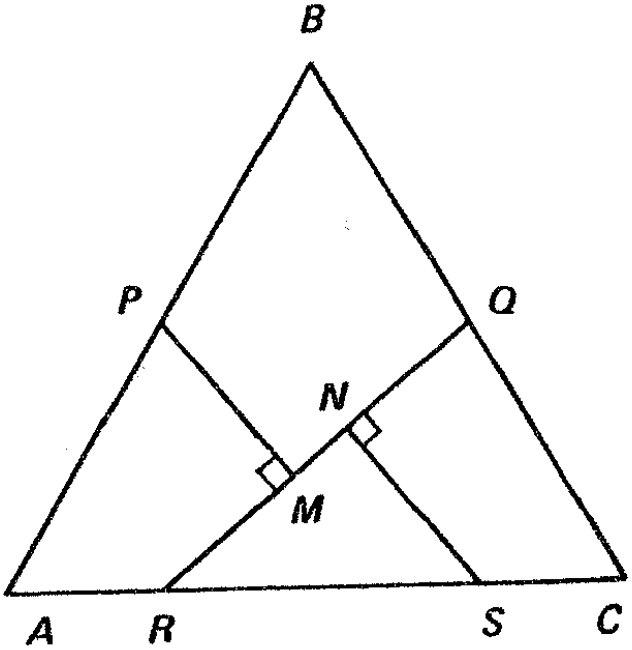
c) Como puedes ver en la siguiente figura, es relativamente fácil construir un cuadrado usando las cuatro piezas que se indican. Intenta construir un cuadrado más grande utilizando esas piezas más el cuadrado que está fuera (cinco piezas en total).



d) Muestra como se puede cortar la figura A en dos partes, de manera que, al regresar a reunirlas, se pueda formar cualquiera de las figuras B, C, E, F y G.

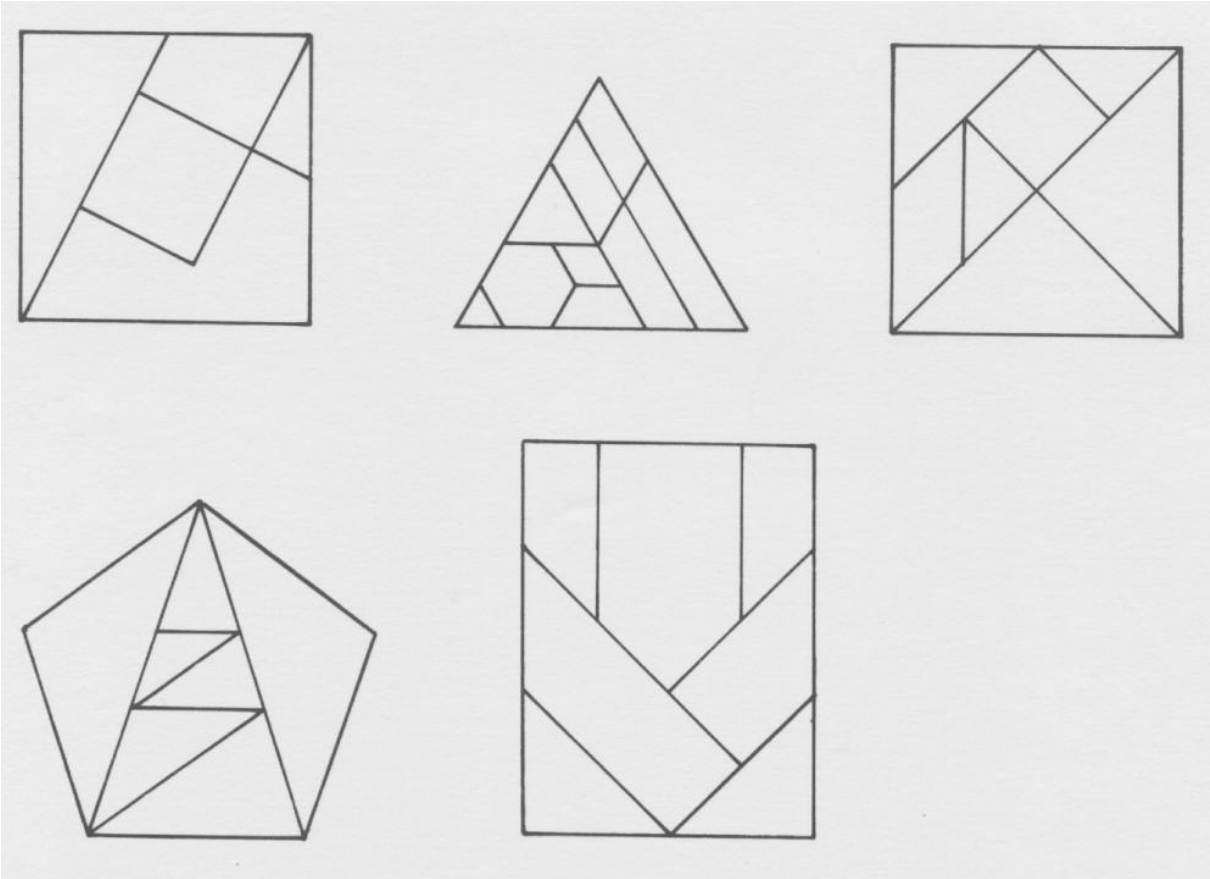


e) Como puede descomponerse un triángulo equilátero en cuatro partes de manera que estas puedan reordenarse para formar un cuadrado?.



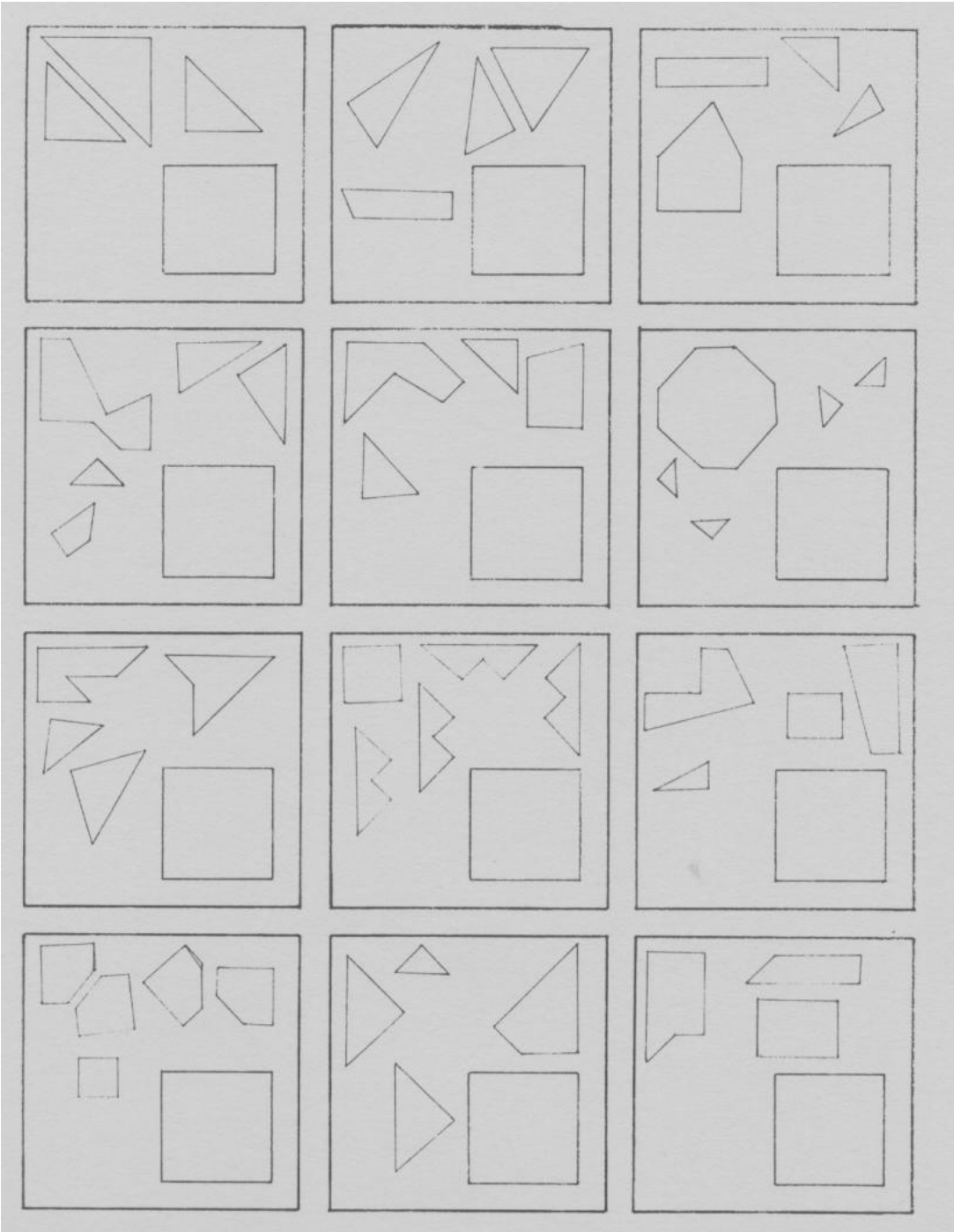
- **<u>CONSTRUCCIÓN DE TANGRAMS</u>**

Construye en cartón los tangrams que aparecen en los dibujos.



- **CORTANDO EL CUADRADO**

En cada recuadro aparece un cuadrado y diversas piezas que se obtienen al cortarlo. Como se deben colocar las piezas para recomponer el cuadrado?.

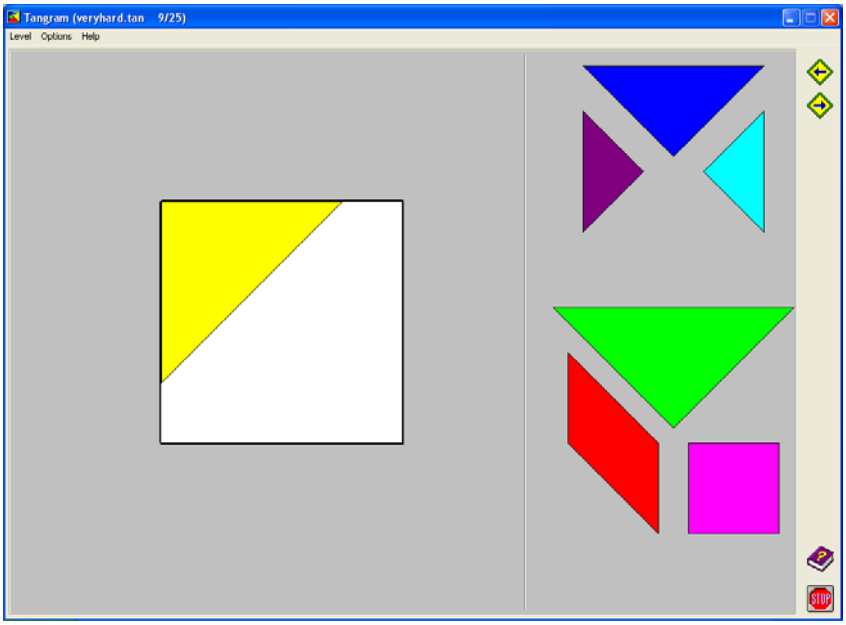


5. El tangram informático

El tangram se ha implementado para ordenador con cuatro distintos niveles de dificultad creciente, lo que permite que el usuario se familiarice gradualmente con el programa y que su resolución sea asequible a estudiantes de muy diversos niveles.

Se pueden girar las piezas haciendo clic con el botón derecho del ratón. Para desplazar las piezas hay que hacer clic y arrastrar el ratón hasta el lugar deseado. Para anclar la pieza hay que hacer clic sobre la misma.

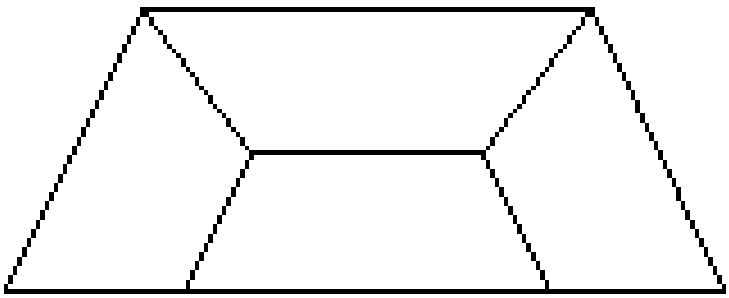
El programa dispone de una opción de Ayuda, en la que se puede visualizar la solución del puzzle correspondiente.



El juego es muy útil para favorecer el desarrollo de la capacidad espacial y es muy apreciado por los estudiantes. Algunos consiguen verdaderos logros en el uso del programa. En general, hemos observado que los estudiantes son más rápidos con el ordenador que con el puzzle de madera original. De todas formas, el nivel cuatro les resulta especialmente difícil y la mayoría no alcanza este nivel.

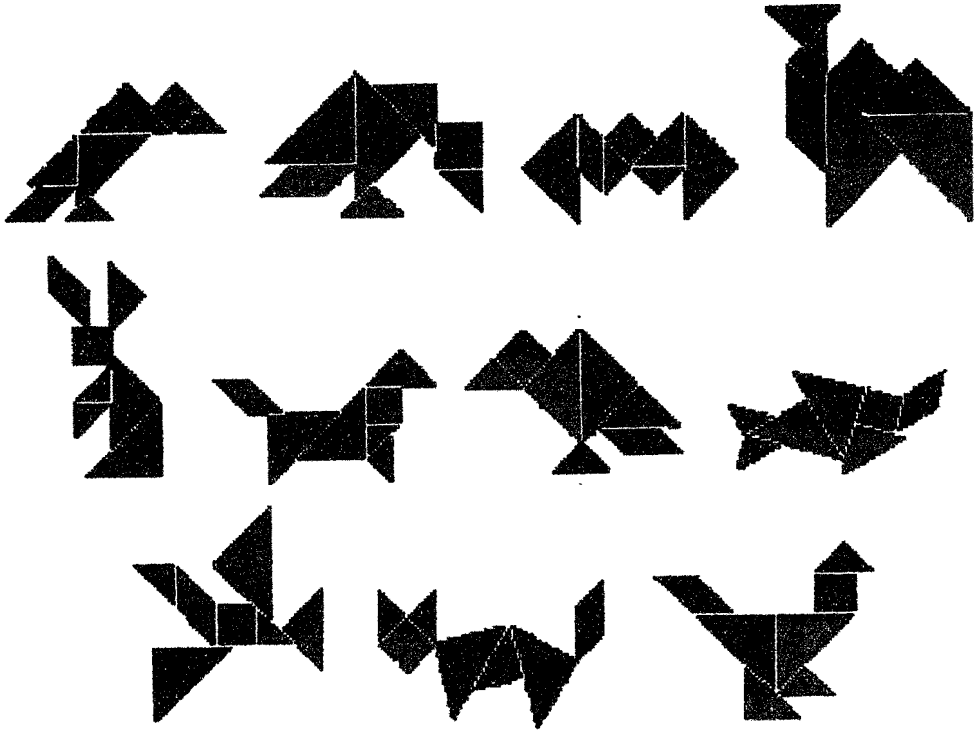
6. Algunas soluciones

- **DIVISIÓN DEL TRAPECIO**

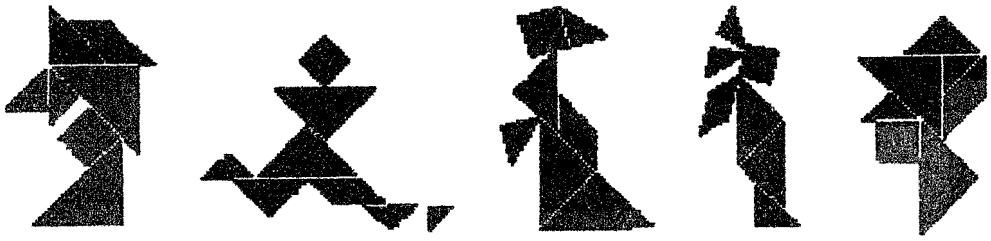


- **<u>ANIMALES, PERSONAS Y COSAS</u>**

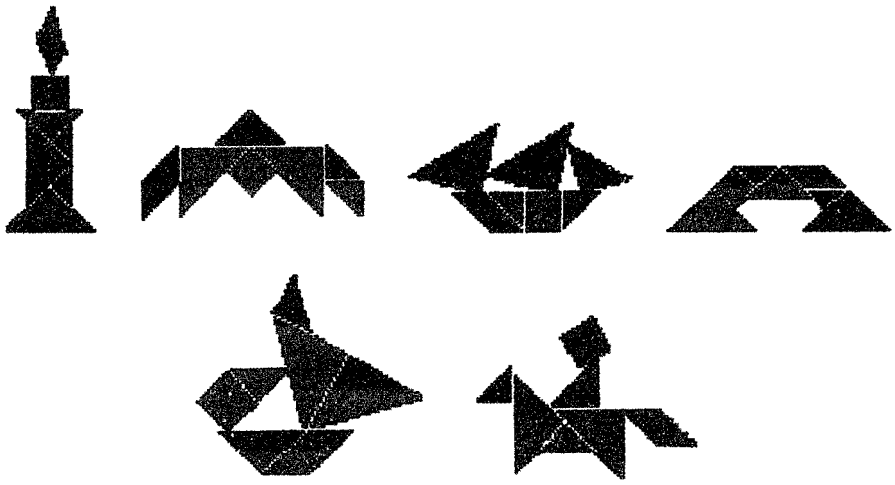
A) ANIMALES



B) PERSONAS

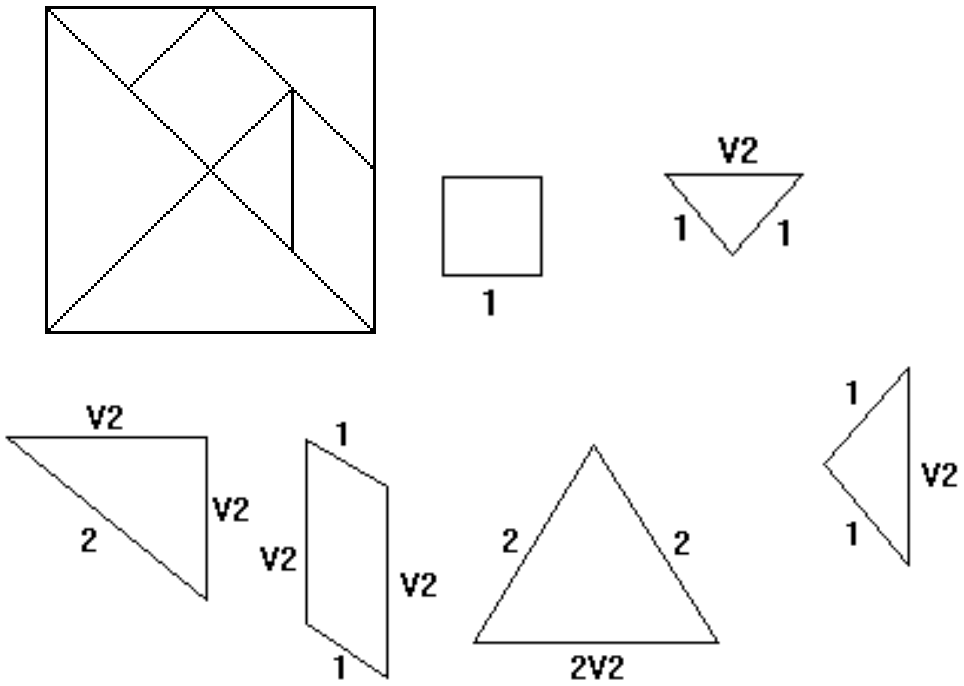


C) COSAS



- **PROBLEMAS MÉTRICOS**

a)



b) Triángulo grande = 1/4, triángulo mediano = 1/8, triángulo pequeño = 1/16, cuadrado pequeño = 1/8, paralelogramo = 1/8.

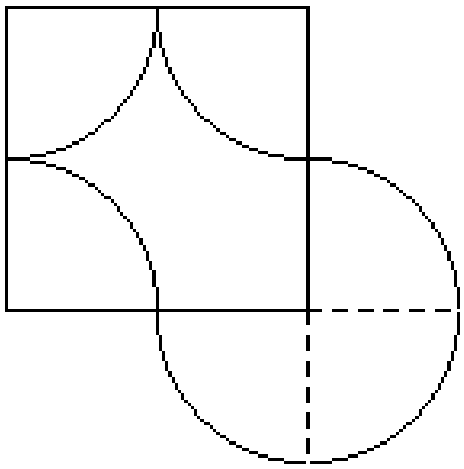
Primera figura = 1/8 + 1/16 + 1/16 + 1/8 + 1/8 = 1/2

Segunda figura = 1/4 + 1/4 +1/8 + 1/16 + 1/8 = 13/16

Tercera figura = 1/16 + 1/16 + 1/8 +1/8 = 3/8

Cuarta figura = 1/8 + 1/16 + 1/8 = 5/16

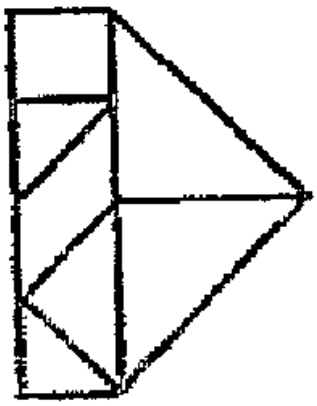
- **JARRÓN**

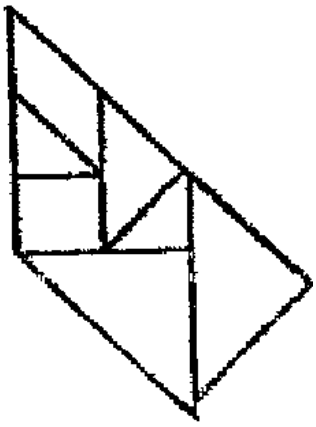


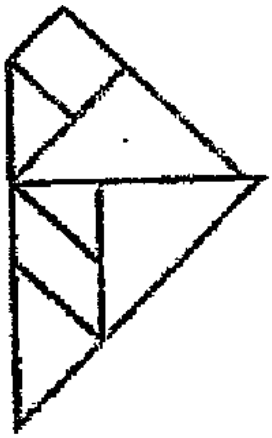
- **<u>CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS GEOMÉTRICAS</u>**

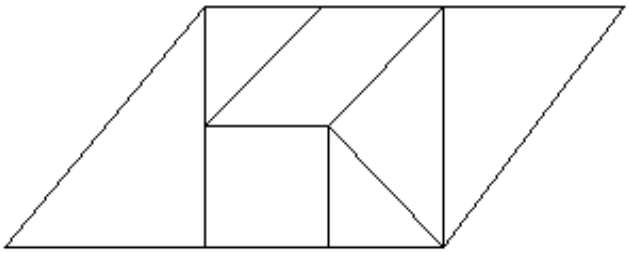
a) No se puede construir el cuadrado con un cuadrado en blanco en el centro (segunda figura).

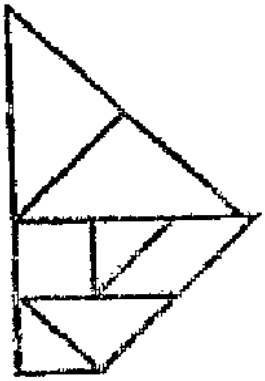
b) Algunas soluciones:

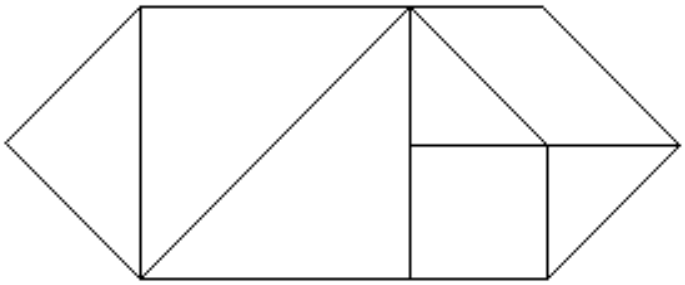




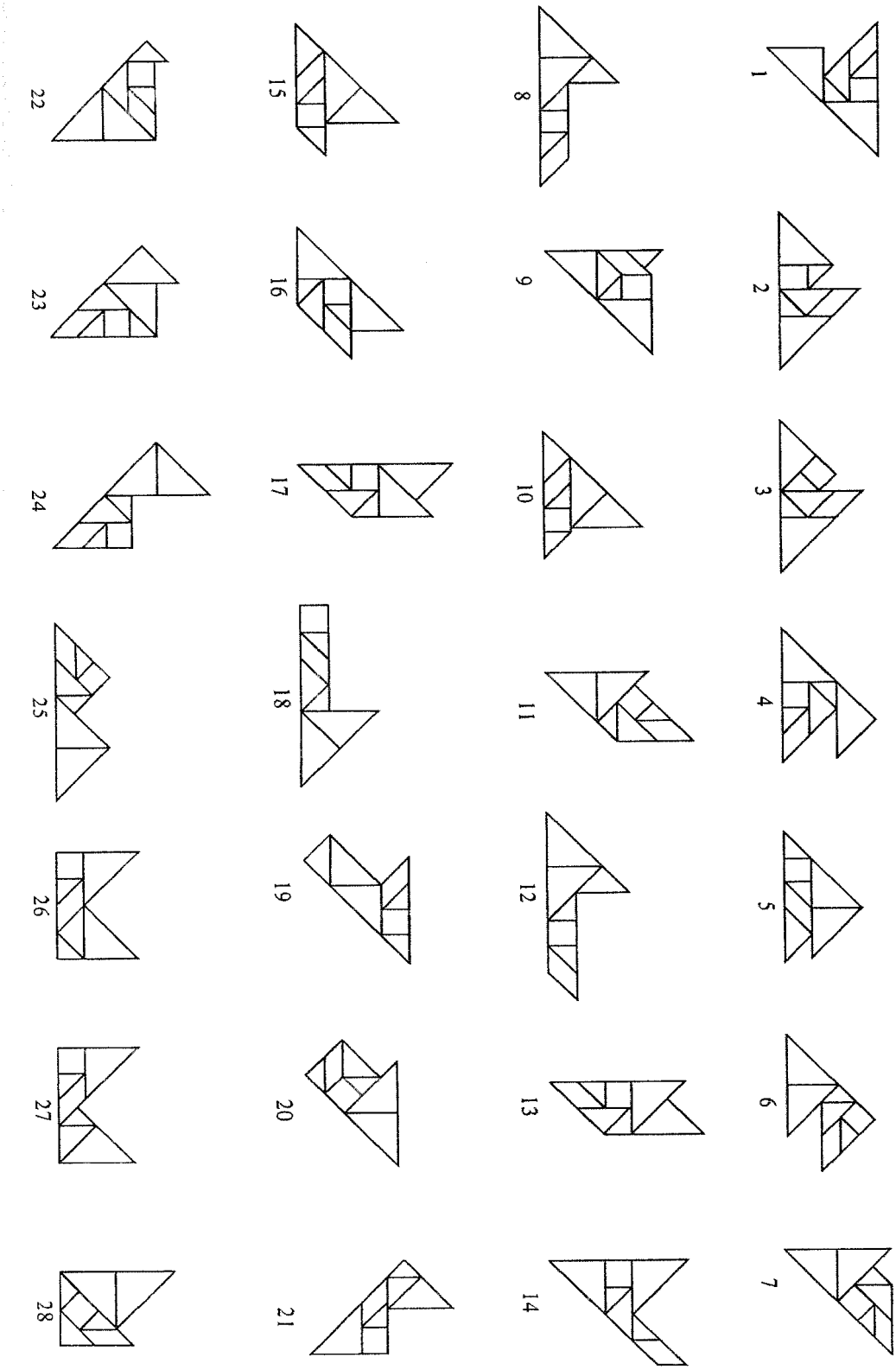


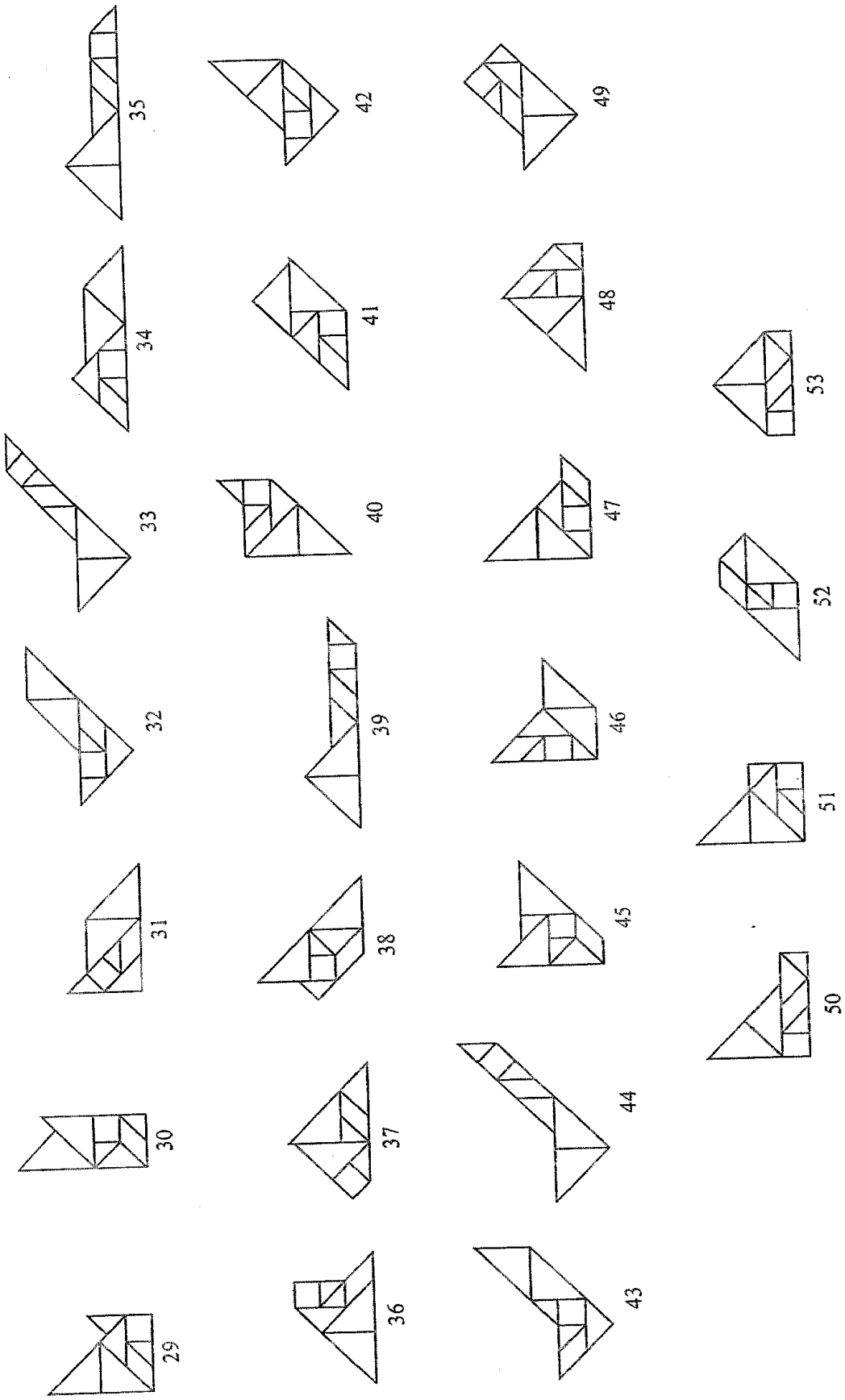






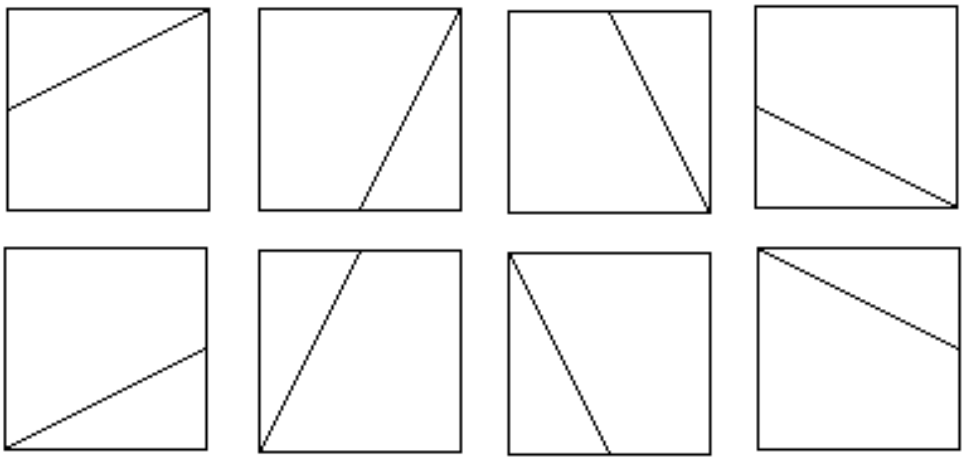
c) 53 pentágonos con el tangram




29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53

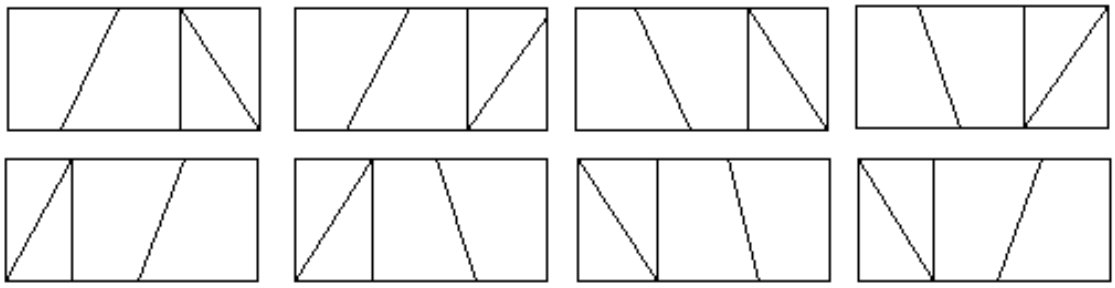
- **RECONSTRUIR EL CUADRADO**

Resolvemos primero un problema análogo más sencillo, con sólo dos piezas (un triángulo y un trapecio):



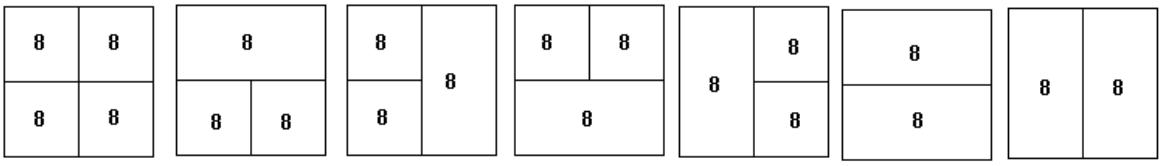
El cuadrado se puede reconstruir de 8 formas diferentes.

¿De cuántas formas podemos reconstruir el rectángulo que se obtiene al juntar cuatro piezas (dos triángulos y dos trapecios)?.



El rectángulo se puede reconstruir de 8 formas diferentes.

Ahora abordamos el problema inicial. El cuadrado grande se puede considerar como combinación de cuadrados pequeños y de rectángulos. Las posibles formas de reconstruirlo son las siguientes:



Por tanto, hay $8^4 + 4 \cdot 8^3 + 2 \cdot 8^2 = 6272$ maneras de reconstruir el cuadrado original.

7. Conclusiones

Como hemos visto en las actividades anteriores, los rompecabezas en general y el tangram en particular permiten tratar una gran variedad de contenidos matemáticos: construcciones geométricas, topología, estudio de posibilidades, combinatoria, geometría métrica (teorema de Pitágoras, cálculo de áreas y perímetros), números racionales e irracionales, particiones, equivalencia de figuras, etc.

Pero hay, sobre todo, una cosa que destaca sobre todas las demás: es el carácter lúdico del juego que hace que la motivación esté siempre presente y haga que los estudiantes no se den por vencidos y persistan en la búsqueda de soluciones, uno de los objetivos que está presente en casi todos los currícula de matemáticas.

8. Bibliografía

- [1994]. FERNANDO CORBALÁN. Juegos matemáticos para Secundaria y Bachillerato. Colección Educación Matemática en Secundaria. Editorial SÍNTESIS. Madrid.

- [1988]. MARTÍN GARDNER. Viajes por el tiempo y otras perplejidades matemáticas. Editorial LABOR. Barcelona.

- [2002]. F. CORBALÁN y otros. Matemáticas 3º ESO. ALFA 3. Editorial VICENS VIVES. Barcelona.

- [1994]. C. AMIGÓ y otros. Matemáticas 3º ESO. Editorial McGRAW HILL. Madrid.