MATERIALES DE MATEMÁTICAS PARA 4º CURSO DE E.S.O

P R O B A B I L I D A D

E S T A D Í S T I C A

C O M B I N A T O R I A

Salvador Caballero Rubio

Onofre Monzó del Olmo

(Col.lectiu Mosaic)

Dibujos: Javier Redondo Giménez

COLECCIÓN: MATERIALES PARA EL DESARROLLO CURRICULAR. M28
TÍTULO: PROBABILIDAD, ESTADÍSTICA, COMBINATORIA. 4º Curso
EDITA: GENERALITAT VALENCIANA, CONS. CULTURA, EDUCACIÓ I CIÈNCIA
1ª EDICIÓN
DISEÑO COLECCIÓN: VOLÚMENES ALTERADOS
I.S.B.N.: 84-482-0151-5
D.L.: V-1006-1993
IMPRESO EN ESPAÑA – PRINTED IN SPAIN

Impreso por:
ARIES COLOR S.L.
Av. Blasco Ibáñez, 22-b 46010 VALENCIA

ÍNDICE ÍNDICE AMPLIADO

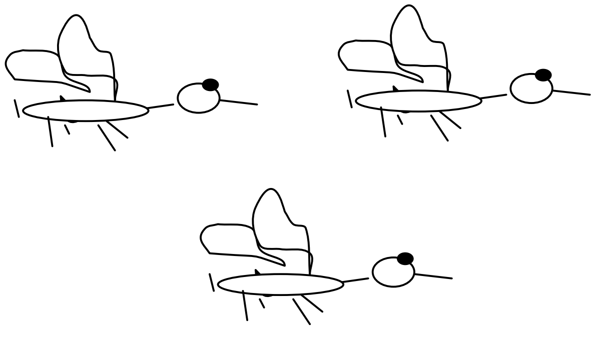
ÍNDICE AMPLIADO

TABLEROS y LÁMINAS

ENCUENTROS
LAS TRES AVISPAS
PASTELES CON PASAS
EL SALTAMUELLES
ENCUESTA DE FUMADORES EN EL CENTRO
ENCUESTA DE LA INCINERACIÓN
DIFERENCIA ENTRE DADOS
LA LIEBRE Y LA TORTUGA
LÁMINA ESTADÍSTICA I
LÁMINA ESTADÍSTICA II
LÁMINA ESTADÍSTICA III
LÁMINA ESTADÍSTICA IV
LÁMINA ESTADÍSTICA V
LÁMINA ESTADÍSTICA VI
TABLA DE NÚMEROS ALEATORIOS

ENCUENTROS

LAS TRES AVISPAS



PASTELES CON PASAS

9										
8										
7										
6										
5										
4										
3										
2										
1										
0										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

EL SALTAMUELLES

ENCUESTA DE FUMADORES EN EL CENTRO

ENCUESTA DE LA INCINERACIÓN

DIFERENCIA ENTRE DADOS

LA LIEBRE Y LA TORTUGA

LÁMINA ESTADÍSTICA I

LÁMINA ESTADÍSTICA II

LÁMINA ESTADÍSTICA III

LÁMINA ESTADÍSTICA IV

LÁMINA ESTADÍSTICA V

LÁMINA ESTADÍSTICA VI

CAUSAS QUE MOTIVAN LOS INCENDIOS FORESTALES (1988)

	COM. VAL.	
	N.º	%
Negligencias	76	23,3
Rayo	10	3,1
Intencionados	49	15,1
Desconocidas	182	55,8
Otras causas	9	2,7
TOTAL	326	100,0

Fuente: Partes de Incendios de las Unidades Forestales de los Servicios Territoriales de la Consellería de Agricultura y Pesca de la Generalidad Valenciana.

(Atlas temático. Comunidad Valenciana)

TABLA DE NÚMEROS ALEATORIOS

36009	95892	36962	67835	63314	50162	76431	81594	95848	36738
25014	15460	02431	13604	75339	11730	85423	60698	93547	24769
09404	76548	05393	96770	19574	71565	33413	56087	40875	13351
81652	45554	27931	93994	22375	00953	41383	31555	12639	00619
22909	29563	82667	74624	36348	44018	64732	93589	77319	73408
99605	83114	01850	42782	39202	18582	46214	99228	32315	89276
89582	87138	16165	15984	59388	42703	55198	80380	67067	97155
58089	27632	50987	91373	07736	20436	96130	73483	85332	24384
61705	57285	30392	23660	75841	21931	04295	00875	09114	32101
18914	98982	60199	99275	41967	35208	30357	76772	92656	62318
75404	63648	21466	63830	30475	74729	34160	85019	03527	78140
66121	96986	84844	93873	53972	96642	24199	58080	14509	16594
78883	43222	37700	07688	65533	72126	85466	59329	72722	15473
85967	73152	14511	85285	07483	51453	11649	86348	96283	01898
61414	83525	49174	12074	98551	37895	97366	39941	21225	93629
41392	17622	18994	98283	07249	52289	24209	91139	30715	06604
54684	53645	79246	70183	87731	19185	08541	33519	07223	97413
89442	61001	36658	57444	95388	36682	38052	46719	09428	94012
36751	16778	54888	15357	68003	43564	90976	58904	40512	07725
98159	02564	21416	74944	53049	88749	02865	25772	89853	88714
90474	41469	16812	81542	28599	64109	09497	76235	25254	16210
89717	65997	28785	02760	24359	99410	84725	86576	86944	93296
21333	48660	31288	00086	65626	50061	42539	14812	84380	07389
87891	76255	46479	32072	80083	63868	59847	97197	55147	76639
96667	14315	01007	31929	97885	74440	99622	87912	79541	78298
58993	61098	94393	48245	10081	82454	76810	52975	10324	15457
41059	66456	47679	66810	15941	84602	14493	65515	19251	41642
67434	41045	82830	47617	36932	46728	71183	36345	41404	81110
72766	68816	37643	19959	57550	49620	98480	25640	76257	18671
92079	46784	66125	94932	64451	29275	57669	66658	30818	58353
11965	94089	34803	48941	69709	16784	44642	89761	66864	62803
85251	48111	80936	81781	93248	67877	16498	31924	51315	79921
46352	92183	51152	85878	30490	15974	35450	03482	66953	49521
63719	57615	23093	58645	60257	89250	63266	90858	23611	93993
01848	03910	38552	17472	73295	49759	56157	60477	83284	56367
75707	48992	64998	87080	39333	00767	45637	12538	67439	94914
79889	75532	28704	62844	92337	99695	48895	11196	34335	60492
70650	51108	89604	41372	10837	66992	93183	56920	70930	89654
05359	47196	12452	38234	76971	55928	36441	95141	42333	67483
31416	11231	27904	57383	31852	69137	82066	83436	67914	21465

JUEGOS

DIFERENCIA ENTRE DADOS
JUEGOS CON MONEDAS
LAS TRES FICHAS
EL SALTAMUELLES
LA LIEBRE Y LA TORTUGA
EL 12 GANA
EL FERIANTE
OTRO JUEGO CON DADOS
PREMIO DECEPCIONANTE EN LA LOTO
EL JUEGO DE LOS BARQUITOS
CARA EN TRES LANZAMIENTOS

DIFERENCIA ENTRE DADOS

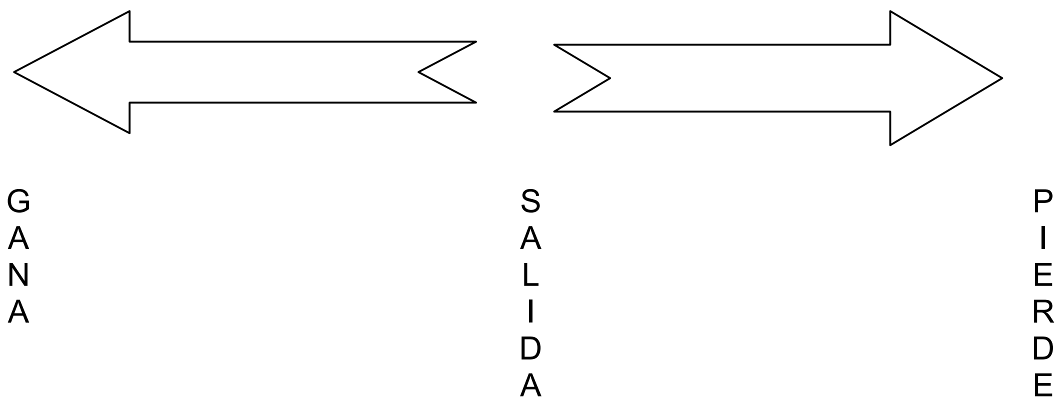
Es un juego esencialmente individual, aunque pueden jugar varios jugadores a la vez. Se necesita un tablero como el indicado, dos dados cúbicos con puntos y una ficha. Las reglas son:

- Se lanzan los dos dados y se calcula la diferencia entre la puntuación mayor y la menor.

- Si la diferencia es 0, 1 ó 2 se mueve la ficha un lugar hacia la izquierda, y, si la diferencia es 3, 4 ó 5 se mueve la ficha un lugar hacia la derecha.

- Se repiten los lanzamientos hasta que se gana o se pierde.

Antes de jugar haz una estimación de qué será más fácil, ganar o perder.



JUEGOS CON MONEDAS

1. Es un juego para dos jugadores A y B. Hace falta disponer de dos monedas de 5 pesetas y una de 1 peseta (o material equivalente de fichas, etc.). Las reglas son:

Se lanzan las tres monedas a la vez. Gana el jugador A si se obtiene cara en las dos monedas de duro o cuando la moneda de peseta salga cara o en ambos casos. Gana el jugador B con cualquier otro resultado.

Practica el juego, analízalo y justifica si algún jugador tiene o no ventaja.

2. Es un juego para dos jugadores A y B. Se necesitan tres monedas de 5 pesetas y una de 1 peseta (o material equivalente de fichas, etc.). Las reglas son:

Se lanzan todas las monedas. Gana el jugador A si salen cara las tres monedas de duro, si la de peseta sale cara o en ambos casos. Gana el jugador B si sale cualquier otro resultado.

¿Es justo el juego?.

LAS TRES FICHAS

Es un juego en el que participa toda la clase al mismo tiempo. En una bolsa el profesor introduce 3 fichas del mismo tamaño: una con dos caras azules, otra con dos caras rojas y la última con una cara azul y otra roja.

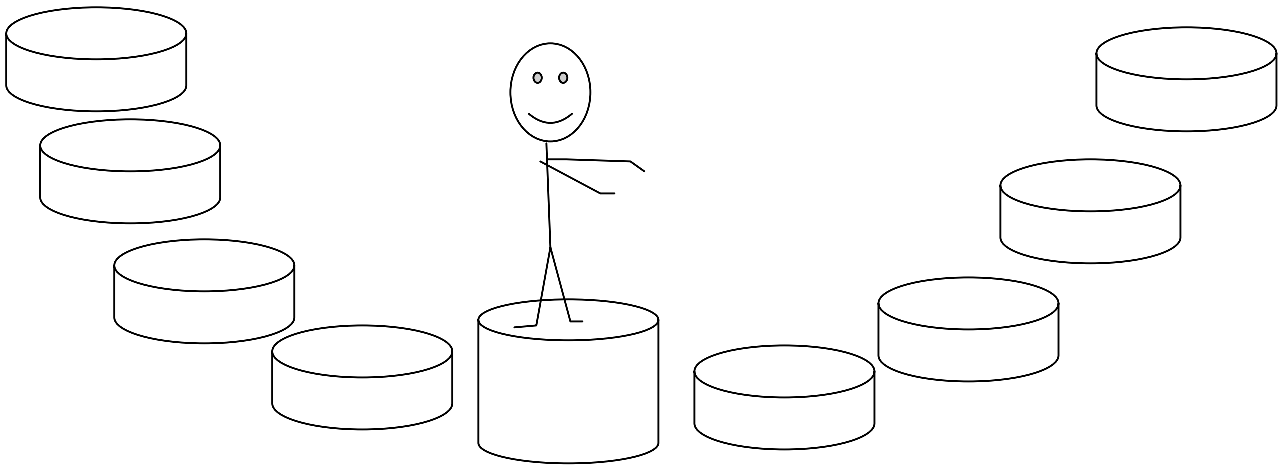
Extrae una ficha y muestra a la clase una de las caras al azar, anotando el color de la otra cara que no muestra. Devuelve la ficha a la bolsa.

Repite 15 veces este proceso. Cada estudiante piensa - escribe y aplica- una estrategia que le permita acertar el color de la cara que no se le muestra en cada extracción y anota en su cuaderno el color que cree que tendrá la cara oculta en cada caso. Después de las 15 extracciones, el profesor expone a todos el resultado de sus anotaciones. (Se trata de adivinar esa cara oculta el mayor número posible de veces).

¿Modificarías tu estrategia a la vista de los resultados obtenidos?.

EL SALTAMUELLES

Se juega sobre un tablero como el de abajo. Se lanza una moneda cuatro veces. Cada vez que sale cara el saltamuelles salta a la cama elástica de la izquierda y cada vez que sale cruz lo hace a la de la derecha. ¿Dónde estará el saltamuelles después de los cuatro saltos?. ¿Qué probabilidad hay de que esté en cada una de las camas elásticas?.



LA LIEBRE Y LA TORTUGA

Es un juego para dos jugadores. Se necesita el tablero como el que se muestra, un dado cúbico numerado de 1 a 6 y una ficha para cada jugador. Las reglas son:

- Los dos jugadores (la tortuga y la liebre) ponen la ficha, por turno, en la Salida (S) para iniciar la jugada.

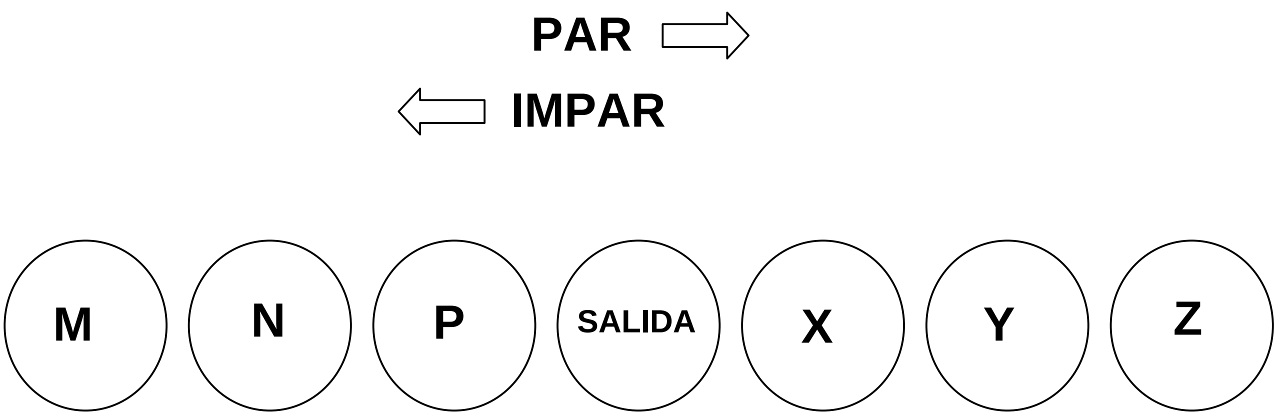
- Cada jugador lanza tres veces seguidas el dado. Cada vez que sale puntuación impar mueve la ficha a la izquierda un lugar y si la puntuación es par la mueve un lugar a la derecha.

- La tortuga gana un punto cuando después de los tres movimientos, la ficha acaba en P o en X. La liebre gana un punto cuando su ficha acaba en M, N, S, Y o Z.

- Cada jugador realiza 16 jugadas.

- Para empezar a jugar cada jugador lanza el dado una vez. El que obtiene mayor puntuación elige jugar como liebre o como tortuga e inicia el primer turno.

¿Es un "juego justo"?.



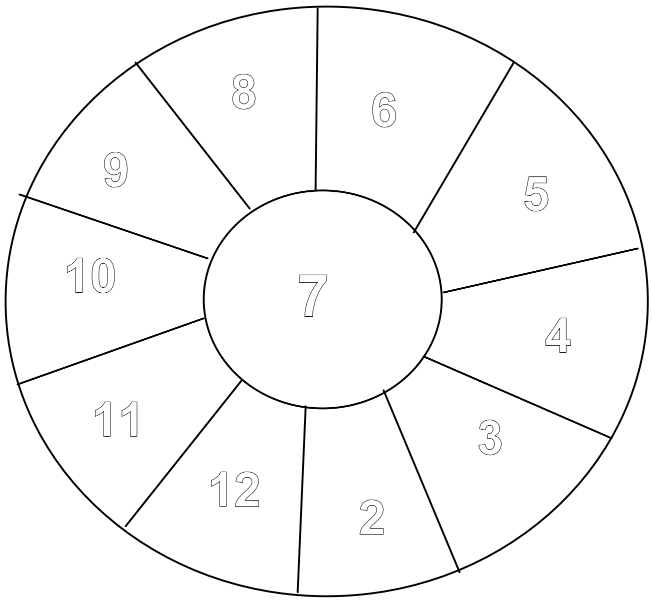
EL 12 GANA

Es un juego que admite varios participantes. Hace falta el tablero que lleva su nombre, dos dados cúbicos numerados del 1 al 6 y 10 fichas por jugador. Las reglas del juego son:

Cada jugador, por turno, lanza los dos dados y suma los puntos. Si:

- Sale 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11: Pone una ficha en la casilla correspondiente, y, si ya la hubiere, la retira.
- Sale 2: Se lleva todas las fichas de las casillas 3. 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11.
- Sale 7: Pone una ficha en la barca.
- Sale 12: Retira todo y gana.

Analizar el juego y discutir si hay alguna estrategia ganadora.



EL FERIANTE

Un feriante nos propone el siguiente juego:

- Pagamos 100 pesetas.
- Elegimos un número entre el 1 y el 6.
- Lanzamos dos dados cúbicos.

- Si nuestro número no sale en ningún dado, no nos da nada.
- Si sale en uno, nos da 200 pesetas.
- Y si sale en los dos, nos da 1000 pesetas.

¿Quién tiene ventaja y cuánta ventaja tiene?.

OTRO JUEGO CON DADOS

Dos jugadores se disponen a jugar lanzando cada uno su dado. El primero tiene un dado con dos seises y cuatro doses en las caras del dado y el segundo con cuatro cincos y dos unos.

El juego consiste en que cada jugador realiza una tirada y gana el que obtiene la puntuación más alta.

Calcula la probabilidad de ganar de cada jugador y compáralas. ¿Qué jugador prefieres ser si te gusta ganar?. Analiza lo que debe apostar cada uno en cada partida para que el juego sea justo.

PREMIO DECEPCIONANTE EN LA LOTO

La noticia afirma que la combinación ganadora es sencilla. ¿Cuál es para ti una combinación sencilla?. Elige tu combinación ganadora más sencilla y comprueba la coincidencia o no con otras que elijan tus compañeros.

¿Es fácil que salgan los seis números seguidos?. ¿Cuál crees que es más probable, la 1, 2, 3, 4, 5, 6 o la 8, 12, 20, 26, 31, 43?.

Un premio decepcionante para los máximos acertantes

F. FÁBREGUES

El jueves se celebró en Sevilla el sorteo conmemorativo del tercer aniversario de la Primitiva, y para celebrar este evento vinieron de maravilla los 719 millones acumulados en el *bote*.

Todo estaba preparado para que los acertantes de primera categoría se repartieran los 1.176 millones de esta semana. Pero las bolas no aportaron su granito de arena y le hicieron un flaco favor a este popular juego, especialmente a los 114 máximos acertantes, que tal vez no pudieron dormir aquella noche pensando lo que iban a hacer con todos esos millones...

Su decepción tuvo que ser grande cuando al día siguiente se enteraron de que iban a cobrar el peor premio de toda la historia de la *loto*, y tendrá que pasar mucho tiempo hasta que coincidan en una misma semana tantas circunstancias anómalas.

Y la verdad es que estos acertantes no han tenido suerte, ya que en los 155 sorteos anteriores sólo habían aparecido 537 boletos de seis (no llegaban ni a cuatro en cada jornada), y, justo esta semana, en la que se festejaba esta importante efemérides, aparecieron 114 plenos.

Aunque también es verdad que si no hubiese salido esta combinación tan sencilla es casi seguro que ninguna de estas personas habría cobrado esos 10.321.803 pesetas.

En el Bono Loto nunca han coincidido en una misma combinación ganadora tres números con una terminación y tres con otra; en la Primitiva, en cambio, sí se había dado una vez antes, exactamente el 20 de marzo de 1986, cuando salieron el 11, 31, 41, 25, 35 y 45, aunque en aquella ocasión sólo fueron 12 los máximos acertantes.

Esta semana, para no perder las buenas costumbres, también habrá dos *botes:* en el Bono Loto de esta noche hay 99 millones, y en la Primitiva del jueves el *bote* es de 351 millones.

(El País.)

Las combinaciones más fáciles no las ha acertado nadie

F. FÁBREGUES

Los aficionados a estos dos populares juegos de azar son conscientes de que unas combinaciones son más rentables que otras, pero lo que nunca se les pasó por la mente es que las dos combinaciones más fáciles de esta semana, la del martes y jueves, no las acertase nadie.

Y estas combinaciones sencillas, las formadas con todos los números altos, bajos o consecutivos y los concentrados en una o dos filas, columnas o decenas, las suelen jugar sistemáticamente muchas personas.

En el sorteo del martes todos los números fueron bajos, y lo más sorprendente de todo es que no los acertara nadie, cuando en los boletos modernos es muy sencillo jugarlos, al estar todos ellos agrupados en las dos primeras columnas. Tal vez sea una coincidencia, pero hasta que no aparecieron los boletos modernos estas combinaciones no habían salido. Su primera y única comparecencia en la Primitiva se produjo en diciembre de 1989. En aquella ocasión la combinación ganadora estuvo formada por estos seis números bajos: 11, 15, 18, 19, 20 y 21 (los cuatro últimos, además, fueron consecutivos), y como era de esperar aparecieron 10 acertantes de seis y 1.017 de cinco. Y unos meses después, en el sorteo del 22 de mayo de 1990, también aparecieron en el Bono Loto el 5, 7, 8, 19, 20 y 21 (en esta ocasión también salieron otros tres números seguidos).

El jueves tampoco salió ningún boleto de seis en la Primitiva, y eso que el 3, 10, 24 y 38 están situados en la tercera fila (y estos mismos números, curiosamente, también coincidieron en el tercer sorteo de 1988, acompañando al 2 y 43. Y ese día los dos máximos acertantes se llevaron más de 300 millones cada uno).

El mayor premio de esta semana, de 573 millones, se lo ha llevado en el sorteo extraordinario del sábado un apostante que jugó un boleto múltiple de 84 apuestas en un despacho de Madrid.

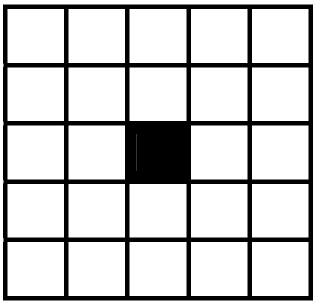
Los seis últimos sorteos

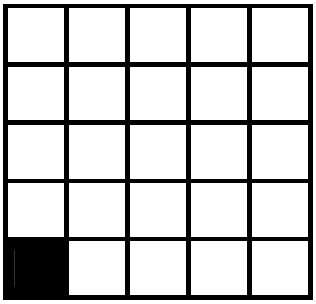
	Combinaciones ganadoras Sorteos 26 y 27	NC	Importe de los premios: 6 aciertos	5+compl.	5	4	3
S 30	6-17-19-20-34-46	14	573.368.703	14.980.733	469.010	11.220	944
D 1	5- 9-13-19-32-41	24	55.994.327	1.358.913	88.512	2.197	195
L 2	3- 7-17-39-47-48	1	18.118.335	1.358.913	164.541	2.254	213
M 3	6- 7-15-16-17-19	21	—	1.358.913	55.320	1.820	194
X 4	1-10-17-23-24-28	33	18.118.335	2.264.854	162.458	2.956	225
J 5	3-10-14-24-25-38	44	—	9.840.851	462.004	7.872	785

El País, 8-7-90

EL JUEGO DE LOS BARQUITOS

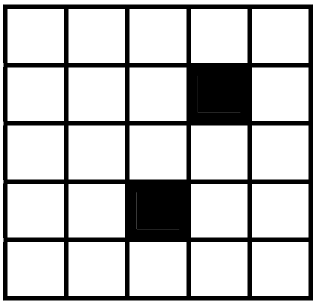
Jugando a los barquitos en un tablero 5x5, ¿en cuál de las dos posiciones colocarías un barco para que el contrario tuviera menor probabilidad de acertar:

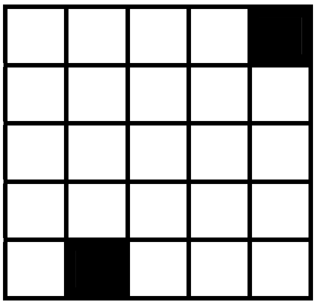




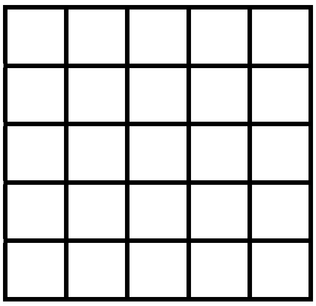
?.

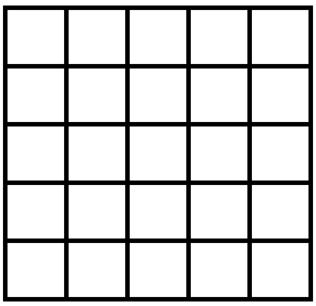
Si tienes que colocar dos barquitos, ¿cuál de las dos posibilidades siguientes elegirías para jugar con una persona que dispara al azar?.





Coloca tus dos barcos en un tablero 5 x 5 y practica el juego con tu compañera o compañero.





CARA EN TRES LANZAMIENTOS

Dos personas practican un juego que consiste en lanzar alternativamente una moneda tres veces como máximo. El que obtiene la primera cara gana el juego. ¿Tiene ventaja el que juega en primer lugar?. ¿Qué posibilidades de ganar tiene cada una?. ¿Cómo deben ser las apuestas para que el juego sea equitativo?.

PROBABILIDAD

ALARGANDO PARTIDAS
DARDO
LAS TRES AVISPAS
LA PENA DE MUERTE EN CEFALONIA
CON UNA URNA
BARAJA
AUTOPISTA
TRES DADOS
EL BLUES DEL REVÓLVER
EL JUGADOR DESESPERADO
TORTAS CON PASAS
ENCUENTROS
EL JARDÍN DE LAS DELICIAS
INTERPRETA LA SOLUCION
DIBUJA EL LABERINTO
EL CHOCOLATE CON PREMIO

ALARGANDO PARTIDAS

Dos amigas, Ana y Berta están jugando a los chinos. Gana el juego la primera que acierte dos veces, esto es, que gane dos partidas.

1. ¿Qué probabilidad hay de que acabe el juego en dos partidas?. ¿Y en tres partidas?. ¿Y en cuatro?.

2. Ana gana una partida. ¿Cuál es ahora la probabilidad de ganar de cada una?.

3. Deciden alargar el juego para que lo gane la primera que acierte tres veces. ¿Qué probabilidad tiene ahora cada una?.

4. ¿Qué pasa si se alarga a acertar más veces?.

DARDO

Se lanza un dardo al azar sobre un tablero que se muestra.

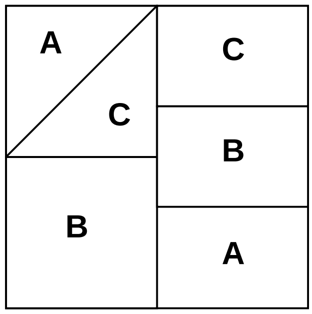
1. ¿Cuál es la probabilidad de que impacte en la zona A?.

2. ¿Y de que lo haga en la zona B?.

3. ¿Y de que lo haga en la zona C?.

4. ¿Y de que lo haga en la zona A o en la zona B?.

5. ¿Y de que no impacte en la zona C?.



LAS TRES AVISPAS

En un alojamiento de dos compartimentos contiguos, tres avispas se encuentran en el compartimento de la izquierda. La puerta de comunicación está abierta. Cada minuto, una avispa franquea la puerta. Es el azar el que decide la avispa que cambia de compartimento. Nos preguntamos cuánto tiempo hace falta por término medio para que las tres avispas se encuentren en el compartimento de la derecha de forma que podamos cerrar la puerta para desembarazarnos de las avispas.

(Para simularlo puedes utilizar el tablero y la tabla de ayuda correspondientes).

LAS TRES AVISPAS

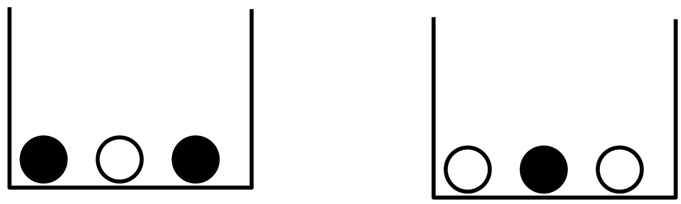
Antes de empezar la simulación, cuántas tiradas esperas necesitar para pasar las tres avispas de la izquierda a la derecha?: ________

Número de tirada	Avispas a la izquierda	Avispas a la derecha
0	1, 2, 3	
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

TOTAL DE TIRADAS NECESITADAS: ______

LA PENA DE MUERTE EN CEFALONIA

1. Los condenados a muerte en Cefalonia tienen una última posibilidad de librarse de la pena: con los ojos vendados deben elegir una de las dos urnas de la figura y sacar una bola; si ésta es blanca, salvan su vida. ¿Cuál es la posibilidad de que la salven?.



2. Si le dejaran al condenado repartir las bolas blancas y negras en las dos urnas como quiera, antes de que le venden los ojos y extraiga la bola, ¿cómo debe hacerlo para conseguir la máxima posibilidad de salvarse?.

3. Estudia la situación para otras composiciones de bolas en las urnas. ¿Hay alguna estrategia óptima?.

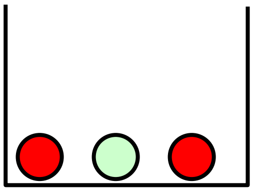
CON UNA URNA

1. Una urna contiene dos bolas rojas y una verde. Se extrae una bola, se anota su color y se devuelve a la urna. Se extrae otra bola y se anota su color. Estudia las probabilidades de los diferentes sucesos:

Salen las dos rojas.

Sale una de cada color.

Salen las dos del mismo color.



2. Estudia lo mismo que en el apartado anterior en el caso de que la primera bola que se extrae no se devuelva a la urna.

BARAJA

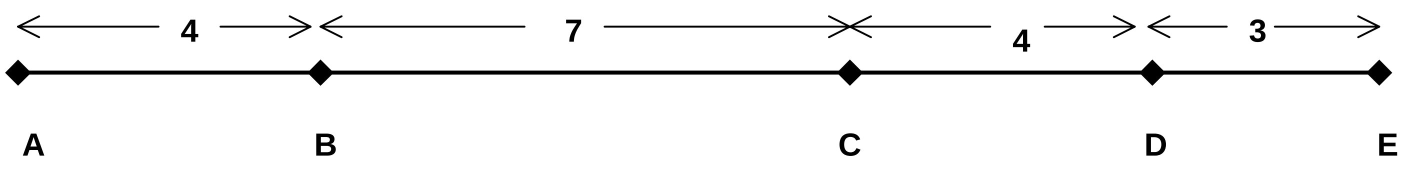
1. Se extrae una carta de una baraja española (40 cartas) ¿Qué probabilidad asignarías al suceso "caballo de copas"?.

2. Si te dicen que la carta que ha salido es una figura (sota caballo o rey), ¿mantendrías tu asignación de probabilidad o la modificarías?. Si la modificas, ¿a cuál?.

3. Se sabe algo más: es un caballo. Justifica porqué mantienes la probabilidad asignada o la nueva si la modificas.

AUTOPISTA

A, B, C, D y E representan salidas de una autopista. Un accidente ocurre al azar en cualquier punto entre A y E. ¿Cuál es la probabilidad de que haya ocurrido entre B y D?. ¿Y de que no haya ocurrido entre A y B?.



TRES DADOS

Se lanzan simultáneamente tres dados y se retira el que marca el mayor número (sólo uno de ellos en caso de empate). Tras ésta operación se suman los dos números restantes.

¿Tendremos resultados análogos a los que obtendríamos lanzando dos dados y sumando los dos números resultantes?

Haz un estudio comparativo de estos dos experimentos aleatorios.

EL BLUES DEL REVÓLVER

El tema del azar aparece en la literatura (en la vida por tanto) constantemente. Escribe un (pequeño, gran) capítulo de un libro tuyo que incluya (y que tenga plena validez) el texto de Zarraluqui:

"Tenía que ser así -murmuró el inspector-. Ya sabes que el azar me reserva siempre sus peores sorpresas. No sé si me creerás, pero este imbécil va a matarme con el revolver que se me cayó al río. ¡Reconoce que tengo mala suerte, Lucy!."

P. Zarraluqui. "El blues del revólver"
(C.E.C.I. Madrid. 1991)

EL JUGADOR DESESPERADO

Un jugador necesita imperiosamente 5 millones de pesetas para pagar una deuda, pero sólo dispone de 1 millón. Decide intentar conseguirlos en un juego de cara o cruz, con una estrategia audaz: en cada jugada apuesta una cantidad de dinero tal que, si gana, se acerque lo más posible a su objetivo.

¿Cuál es la probabilidad de que lo consiga?.

TORTAS CON PASAS

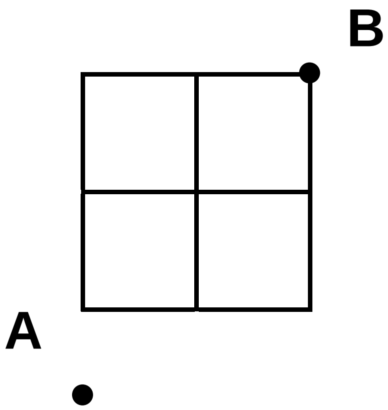
Un panadero vende tortas con pasas. Al hacer la pasta para 100 tortas pone 100 pasas y lo mezcla todo cuidadosamente. Después, corta la pasta en 100 pedazos iguales, que transforma posteriormente en tortas. ¿Cuántas tortas esperas que contengan 0, 1, 2, 3 o más de tres pasas?. (Simúlalo con la tabla correspondiente del apartado de Tableros y láminas).

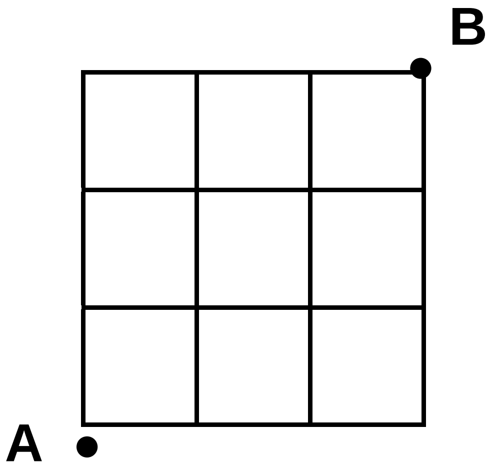
ENCUENTROS

Dos amigos salen al mismo tiempo y a la misma velocidad, uno de A y otro de B, y se dirigen cada uno al encuentro del otro eligiendo aleatoriamente el camino. Prueban en distintos sistemas de calles como los que muestran los dibujos.

1. ¿En cuál piensas que es más fácil que se encuentren?.

2. ¿Cuál es la probabilidad, en cada caso, de que se encuentren en un cruce?.





EL JARDÍN DE LAS DELICIAS

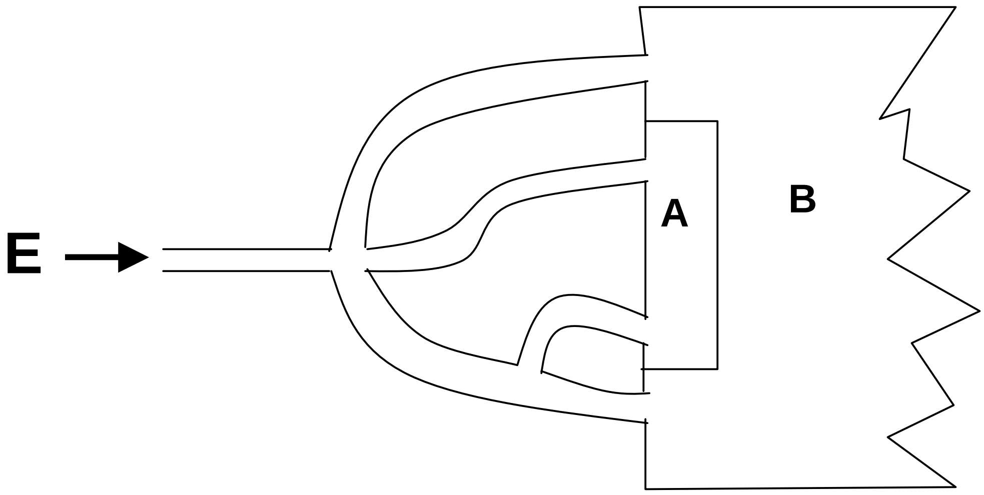
En un jardín en el que había siete pulgas entraron seis perros. Automáticamente, las pulgas decidieron ir a por ellos. Cada una eligió un perro al azar sin consultarlo con sus compañeras. ¿Cuántos perros esperas que se libren del ataque?.

Número de tirada	Resultado de la tirada	Perros atacados	Número de perros salvados
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

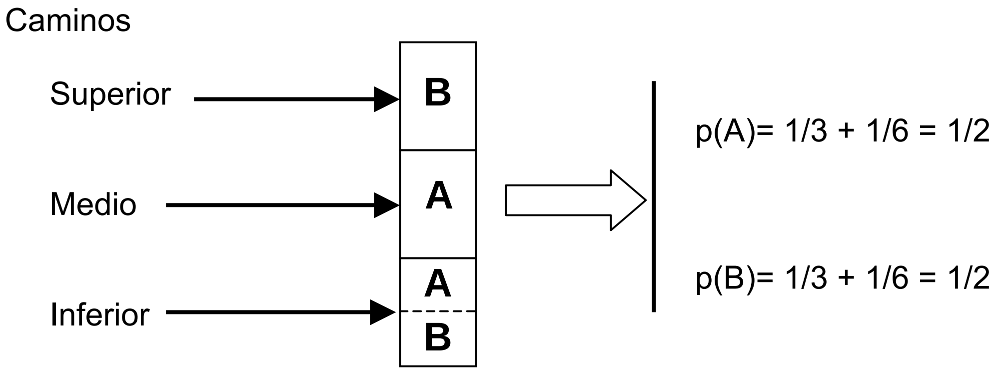
TOTAL: _______

INTERPRETA LA SOLUCIÓN

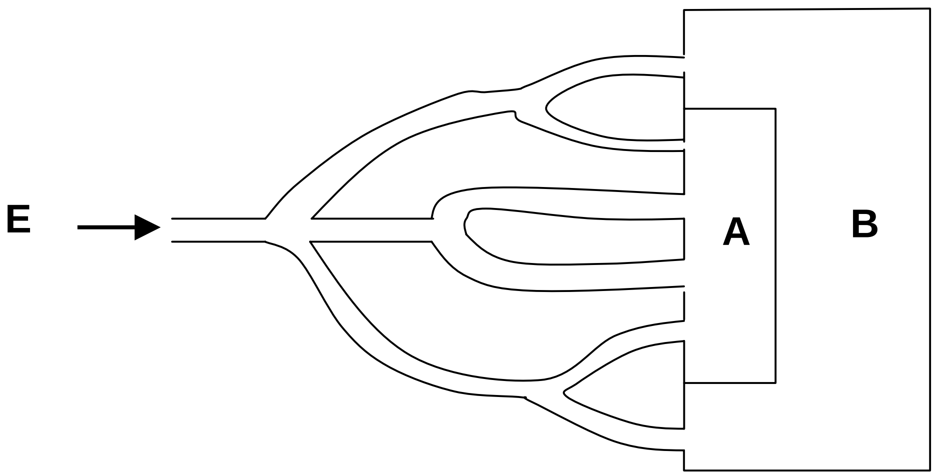
1. Si alguien entra en el laberinto de la figura por E y avanza tomando siempre al azar un camino entre los posibles que se le presentan, ¿qué probabilidades tiene de acabar en A?. ¿Y en B?.



2. Justifica la respuesta que alguien ha dado al problema anterior:



3. Siguiendo el modelo de razonamiento anterior, asigna las probabilidades de acabar en A y en B en el caso:



DIBUJA EL LABERINTO

1. Dibuja un laberinto que con una entrada conduzca a tres posibles finales con probabilidades respectivas: 1/6, 2/6, 3/6.

2. Propón con tu equipo un laberinto a otro equipo para que determine su solución.

EL CHOCOLATE CON PREMIO

En el dulce país de Dulcilancia, a los niños les gusta especialmente el chocolate "A Tope" porque cada tableta contiene una ficha con uno de los números 1, 2, 3, 4, 5, 6. Cada uno de los números tiene la misma probabilidad (1/6) de salir. Cuando se consigue una serie completa de 1 a 6 se gana un bonito premio.

Nos gustaría saber cuántas tabletas habrá que comprar por término medio para conseguir una serie completa.

ESTADÍSTICA

MEDIA CON DADOS

¿Cuál es la puntuación media en el lanzamiento de un dado de parchís?.

Puntúa un dado de forma que la media de un lanzamiento sea de 4 puntos. ¿Cuántas formas distintas hay de conseguirlo?.

MÁS CON LA MEDIA

1. Si en un conjunto de números se calcula la media y se introducen después más valores todos iguales justo a la media, ¿cómo afectará a la media?.

2. Si en un conjunto de números se calcula la media y se introduce después un cero, ¿cómo afectará a la media?.

3. Si en un conjunto de números se calcula la media y se introduce más valores todos iguales a cero, ¿cómo afectará a la media?.

MEDIA CON TIRA DE PAPEL

Indica cómo cortar una tira de papel en tres trozos de forma que la longitud de uno de ellos sea la misma que la media de la longitud de los otros dos trozos.

Tomando dos tiras de papel, indica cómo cortar una de ellas en dos trozos de forma que, considerando los tres trozos que se tienen, la longitud de uno de ellos sea la media de la longitud de los otros dos.

Y MÁS CON LA MEDIA

En un conjunto de números se calcula la media y se calcula las diferencias de cada número con la media. ¿Qué propiedad cumplen estas diferencias?.

Un ejemplo:

Números	10	40	36	22	19	35
Media			27			
Diferencias	-17	+13	+9	-5	-8	+8

AQUÍ PASA ALGO RARO

Dos pasteleros, Juan y Elena, tienen que pasar el día haciendo tartas de pasas.

Al mediodía comprueban que Juan ha puesto, por término medio, más pasas en cada tarta que Elena.

Al final de la jornada, contando sólo las tartas hechas por la tarde, comprueban que ha vuelto a ocurrir lo mismo.

Pero, sin embargo, si cuentan todas las tartas hechas durante la jornada llegan al hecho sorprendente de que Elena ha puesto más pasas, por término medio, que Juan.

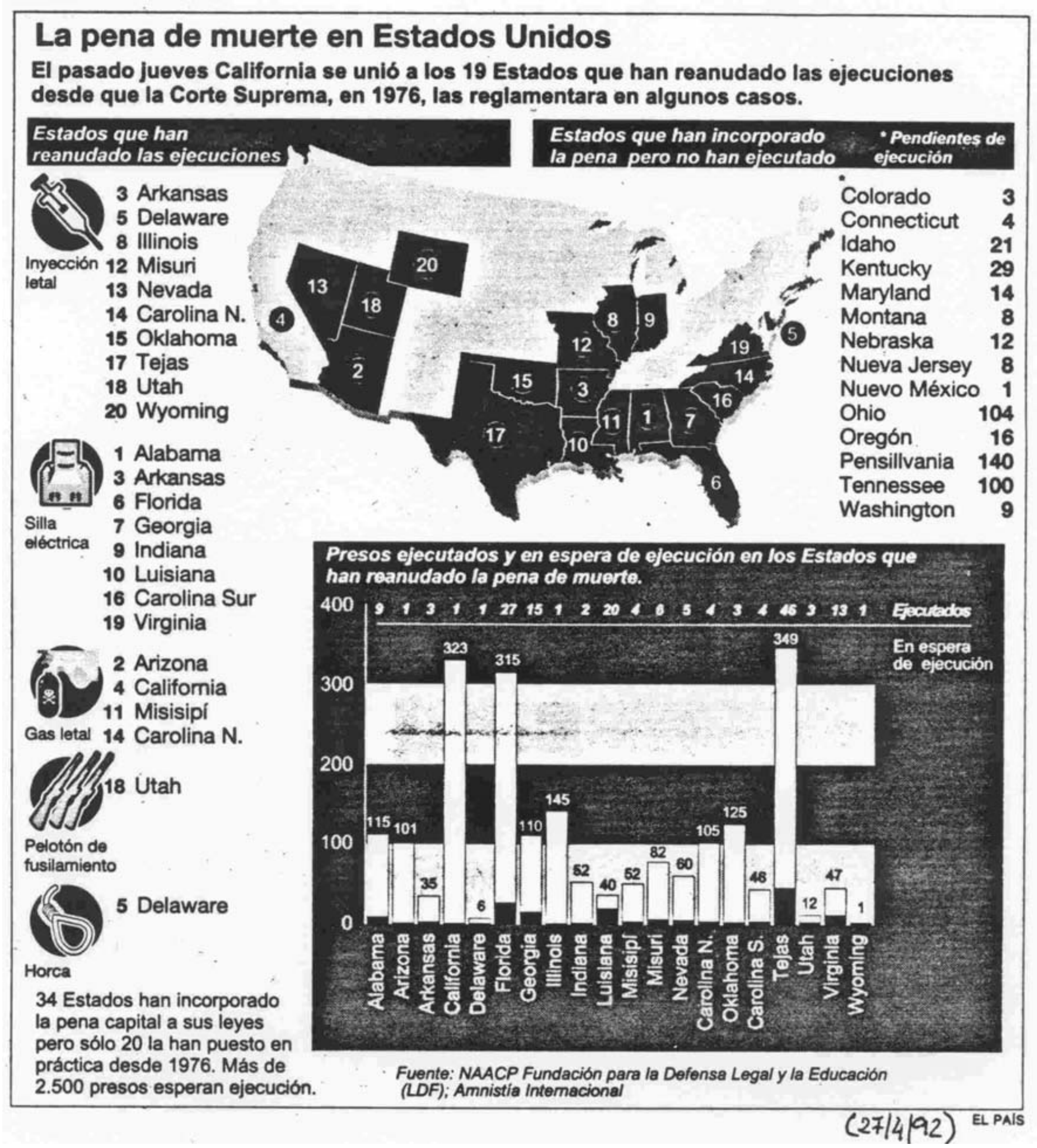
- ¿Puede ser esto cierto?
- Investiga la situación.

LA PENA DE MUERTE

Redacta un artículo para la revista del centro escolar usando al máximo los datos de la gráfica que tienes abajo.

Resume en una gráfica de sectores la información global de presos ejecutados y en espera de ejecución. ¿Cuál es la probabilidad de que un preso en espera de ejecución sea ejecutado?.

El tema desde luego que es polémico. Preparad por grupos una encuesta para conocer la opinión que sobre él tiene el centro y llevadla a cabo.



ACCESO A LA UNIVERSIDAD

Presenta un informe sobre la selectividad del Sistema Educativo español a partir de dos de las gráficas que presenta un estudio de Mercedes Muñoz-Repiso (y otros), publicado en 1991 sobre el tema.

EN LAS LÁMINAS I

Busca en las láminas la referencia que te permita responder a las solicitudes que se te formulan:

1. ¿Crees que hay una fuerte relación entre el número de accidentes y el número de muertos y heridos que se producen en ellos?.

2. Representa en una gráfica cartesiana la relación que hay entre accidentes producidos y número de muertos y la relación que hay entre accidentes y número de heridos. ¿Permitirían predecir el número de muertos y de heridos en el caso de que se produjesen 10 accidentes más?.

3. En 1991 se produjeron en España 5.744 muertes en accidentes de tráfico, ¿qué porcentaje de ellas se produjeron durante las Navidades?.

4.Según una noticia de prensa (Levante, 17-2-92), las causas de las muertes accidentales en 1991 fueron:

Tráfico: 65%
Laborales: 3%
Otros: 32%

¿Cuál es el número de muertes en accidentes laborales?. ¿Y el número total de muertes accidentales?.

EN LAS LÁMINAS II

A la vista de los datos que debes encontrar en una de las LÁMINAS, presenta:

1. Un gráfico de sectores de los incendios registrados en 1987 según la causa que los determinó.

2. Un desglose de la cantidad de incendios registrados en 1987 según las causas que los produjeron.

3. ¿Cuál es, a la vista de los datos, la probabilidad de que un incendio sea provocado intencionadamente?.

4. ¿Cuál es la probabilidad de que al analizar al azar dos de los incendios producidos los dos hayan sido intencionados?. ¿Y de que lo sea al menos uno?.

EN LAS LÁMINAS III

Encuentra y comenta de forma general la referencia adecuada en las Láminas para contestar a:

1. Calcula la media y el rango de Km. de autopista por cada 1.000 Km. de carreteras de los países miembros de la CEE.

2. La fórmula de la desviación típica es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{F\left(\overline{x} - x\right)^2}{N}}$$

calcúlala -con una calculadora- para los valores considerados en el apartado anterior.

3. ¿Qué porcentaje de países están dentro de cada uno de los intervalos:

$[\overline{x} - \sigma, \overline{x} + \sigma]$, $[\overline{x} - 2\sigma, \overline{x} + 2\sigma]$, $[\overline{x} - 3\sigma, \overline{x} + 3\sigma]$?.

4. ¿Qué países están dentro de lo que se podría considerar como "normal"?. ¿Hay alguno "anormal"?. ¿Por qué?.

MENSAJE CODIFICADO

Hojeando un viejo libro de matemáticas encontré un papel suelto en el que ponía lo siguiente:

```
14x5=70     813-8132+70     /1=     (2+/7     0-x5=     +)-7
>5-     -4     ]-)(1(-)7     [41+-)     =7     -031     -=
(-0+56)2)     41     ]-)(1(     02=7     -=     650+1)41
      1=1     91)-=2=1
      3740372
```

Al primer vistazo me pareció una lista de expresiones aritméticas pero luego vi que la mayoría de ellas no tenía sentido alguno. Tras un largo periodo de reflexión llegué a la conclusión de que estaba ante un mensaje codificado que podría comunicar algo importante.

¿Cómo podría descifrarlo?

TOMANDO MEDIDAS

En algunas revistas aparecen unas tablas y algunas indicaciones que permiten conocer tallas de diversas prendas de vestir según las medidas que tomemos. He aquí algunas de ellas:

Zapatos: Mide la longitud del pie. Los cm. te indicarán la talla en la tabla.

cm	22'3	23	23'6	24'3	25	25'6	26'3	27	27'6
Talla	35	36	37	38	39	40	41	42	43

1. Representa en una gráfica cartesiana los valores de la tabla. ¿Qué tipo de relación existe entre una medida y la talla?. ¿Cuántos cm. corresponderán a la talla 44?.

Caballero: Pantalones, calzoncillos, trajes de baño.

Contorno cint.	70	73	76	80	84	88	2	97	102	107	112	117
Cont. Cadera	92	95	98	101	104	107	110	113	116	119	122	125
Talla	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58

2. Representa en una gráfica cartesiana los valores de la tabla. ¿Qué tipo de relación existe entre las medidas y la talla?. ¿Qué medidas corresponderán a la talla 60?.

Señora: Pantalones, faldas, bragas. (Contorno cadera/C. cintura).

C. cd.	80	84	88	92	96	100	104	108	112	116	121	126	133
C.ct	57	6	65	69	73	77	81	86	92	98	104	110	116
Talla	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58

3. Igual que 2.

EL TABACO Y EL CÁNCER

Para estudiar la incidencia del tabaco sobre el cáncer de pulmón, se ha hecho un estudio. Los datos obtenidos se presentan mediante esta tabla:

	Cáncer	No cáncer
Fumadores	140	64.860
No fumadores	35	34.965

1. ¿Qué conclusiones puedes extraer de esta información?.

2. Se toma una persona al azar y resulta ser fumadora, ¿cuál es la probabilidad de que tenga cáncer?.

3. Se observa al azar una persona y resulta que tiene cáncer, ¿cuál es la probabilidad de que sea fumadora?.

ENCUESTA I

Es una propuesta de trabajo que involucra a toda la clase, que puede repercutir en todo el centro y que requiere la organización, planificación y colaboración estrecha de todos para su realización.

Hay temas controvertidos, difíciles, en los que decidir si o no, actuar o no, tomar una posición supone tener que compartir o no un punto de vista de la vida con otras personas. No son temas cerrados sobre los que ya está dicha la última palabra. Otros solamente ofrecen unos resultados lejanos de la polémica. Elegir uno entre los propuestos y llevad a cabo una encuesta en la clase y luego en otras clases de forma que se pueda contrastar resultados y ofrecer al centro una estadística todo lo completa y clara posible.

1. La eutanasia.

2. La objeción de conciencia.

3. La sexualidad.

3. Principales preocupaciones de la juventud.

4. Principales preocupaciones de los padres.

5. Estudiantes que tienen ordenador accesible en casa.

6. La manipulación genética.

7. Animales domésticos.

DEPORTES Y EL CENTRO

¿Cuántos deportes practica cada estudiante de la clase?. Haced un estudio estadístico para averiguarlo.

¿Será representativo el resultado en la clase de lo que sucede en otras clases del centro?. Programa la realización del estudio en otras clases del centro y llévalo a cabo. Compara los resultados obtenidos.

ENCUESTA II

Sabido es que muy frecuentemente los medios de comunicación presentan resultados de encuestas y estadísticas sobre temas de interés social (temas políticos, económicos, etc.). Comenta los siguientes:

LA MUESTRA DE UNA ENCUESTA

El problema de elegir bien la muestra que represente a una población es importante si se pretende realizar en ella el estudio que se acerque lo más posible al resultado global que proporcionaría estudiar toda la población.

Sabiendo que fumar perjudica a la salud, vamos a realizar una encuesta en el centro para saber cuántos estudiantes fuman (y alguna cosa más, claro). Para ello, se pasará el cuestionario clase por clase, se registrará y se extraerán los datos, que se incluirán en una base de datos (hace falta un ordenador, claro). Se tabulará y analizará los datos recogidos y se presentará un informe. Un posible modelo de encuesta está en el apartado de láminas.

Cuando se tengan los resultados globales, servirán para contrastar lo que se habría obtenido con distintos muestreos. La propuesta es tomar cuatro muestras de tamaños (para un centro de unos 800 estudiantes) 25, 50, 100 y 200 respectivamente de entre las realizadas y registradas ya, según los criterios:

a) Las 25 (50, 100, 200) primeras del registro.

b) Repartidas proporcionalmente a cada clase según el número de alumnos por aula.

c) Repartidas proporcionalmente a la edad.

d) Tomadas al azar del listado total.

(Para poder realizar esto la base de datos-hoja de cálculo debe prepararse con los campos adecuados: número de registro de la encuesta, grupo al que pertenece, edad, sexo, etc.).

Así veremos qué muestra es la más ajustada a los resultados globales.

AYUDO Y ME AYUDAN

En el estudio de Evaluación Internacional de la Mejora Educativa realizado sobre niños y niñas de 13 años, que aparece publicado en el libro "Un mundo de diferencias" (1989), aparece esta tabla:”

	AYUDO	ME AYUDAN
Corea	33	38
Quebec (Francés)	21	17
Columbia Británica	46	35
Quebec (Inglés)	46	27
Nuevo Brunswick (Inglés)	39	28
Ontario (Inglés)	46	32
Nuevo Brunswick (Francés)	28	22
España	53	33
Reino Unido	40	31
Irlanda	27	15
Ontario (Francés)	34	30
Estados Unidos	35	24

(las cantidades corresponden a los porcentajes de estudiantes que ofrecen ayuda a los demás o la reciben).

1. Haz un comentario de la información que tienes a la vista.

2. Dibuja en un diagrama cartesiano los puntos de la tabla. ¿Hay alguna relación entre AYUDO y ME AYUDAN?.

3. Supongamos que la tabla continúa con otros países de nuestro entorno. Pon tú los valores que faltan.

SE ME DAN LAS MATES

En el estudio de Evaluación Internacional de la Mejora Educativa (1989) realizado sobre niños y niñas de 13 años aporta esta tabla:

	Las Matemáticas son útiles para resolver problemas cotidianos	Se me dan bien la Matemáticas
Corea	87	72
Quebec (Francés)	78	83
Columbia Británica	76	64
Quebec (Inglés)	78	69
Nuevo Brunswick (Inglés)	78	71
Ontario (Inglés)	84	74
Nuevo Brunswick (Francés)	79	81
España	85	68
Reino Unido	80	80
Irlanda	80	77
Ontario (Francés)	82	82
Estados Unidos	76	72

1. Dibuja una nube de puntos que represente la situación.

2. ¿Se puede deducir alguna relación entre las variables?.

ALTURA Y PESO

Es una actividad para toda la clase. Se trata de recoger en una tabla de datos la altura y el peso de las chicas y de los chicos -por separado- de cuarto curso de la Educación Secundaria Obligatoria que estudian en el centro.

* Representar los datos en un sistema de ejes coordenados.

* ¿Qué forma tiene la "nube de puntos" que se obtiene?. Dibuja la recta que más se aproxime a la mayoría de ellos.

* Utiliza la recta para predecir la altura de una amiga o amigo que estudie el mismo curso en otro centro escolar.

* Calcula la ecuación de la recta que has utilizado y comprueba a partir de ella la altura prevista y el error que se produce.

ALTURAS

En ALTURAS Y PESOS I se propone recoger los datos de las alturas y de los pesos de todos los estudiantes del centro de cuarto de la Educación Secundaria Obligatoria. Calcula la media y la desviación típica de las alturas del alumnado del centro.

Si clasificáramos a las alumnas y a los alumnos del centro en bajos, normales y altos, ¿dónde estarías tú situado?.

PISANDO LOS TALONES A LOS HOMBRES

En el artículo "Pisando los talones a los hombres" que encontrarás en el apartado de LÁMINAS se hacen las siguientes afirmaciones:

* En 1998 el hombre será capaz de correr el maratón (42'195 Km.) en 2h 2'. Las mujeres también.

* En el año 2027 ambos sexos podrán correr los 1500 m. en 3' 13.6".

* La igualdad en la carrera de 200 m. llegará alrededor del 2050, con la marca común de 18.6 segundos.

* Te proporcionamos las tablas con las marcas olímpicas hasta 1988 de las pruebas anteriores. ¿Podrías comprobar alguna de las afirmaciones anteriores?.

Comenta el artículo.

AÑO	1.500 m		Maratón		200 m			
	Masc.	Fem.	Masc.	Fem.	Masc.	v(m/s)	Fem.	v(m/s)
1896	4,553		2,981					
1900	4,103		2,996		22,2	9,01		
1904	4,090		3,476		21,6	9,26		
1908	4,057		2,922		22,6	8,85		
1912	3,947		2,615		21,7	9,22		
1916								
1920	4,030		2,543		22,0	9,09		
1924	3,893		2,690		21,6	9,26		
1928	3,887		2,549		21,8	9,17		
1932	3,853		2,527		21,2	9,43		
1936	3,797		2,487		20,7	9,66		
1940								
1944								
1948	3,830		2,581		21,1	9,48	24,4	8,20
1952	3,752		2,384		20,7	9,66	23,7	8,44
1956	3,687		2,417		20,6	9,71	23,4	8,55
1960	3,593		2,255		20,5	9,76	24,0	8,33
1964	3,635		2,203		20,3	9,85	23,0	8,70
1968	3,582		2,341		19,8	10,10	22,5	8,89
1972	3,605	4,023	2,206		20,00	10,00	22,40	8,93
1976	3,653	4,092	2,165		20,23	9,89	22,37	8,94
1980	3,640	3,943	2,184		20,19	9,91	22,03	9,08
1984	3,542	4,054	2,156	2,424	18,80	10,10	21,81	9,17
1988	3,599	3,899	2,176	2,414	19,75	10,13	21,34	9,57
1992	3:40.12	3:55.30	2:13:23	2:32:41	20,01		21,81	

MARCAS EN 1.500 m.

Las tablas que te presentamos a continuación recogen las marcas olímpicas en la carrera de 1.500 m. masculinos desde 1896 hasta 1992:

AÑO	MARCA		AÑO	MARCA
1896	4,553		1952	3,752
1900	4,103		1956	3,687
1904	4,090		1960	3,593
1908	4,057		1964	3,635
1912	3,947		1968	3,582
1920	4,030		1972	3,605
1924	3,893		1976	3,653
1928	3,887		1980	3,640
1932	3,853		1984	3,542
1936	3,797		1988	3,599
1948	3,830		1992	3:40.12

* Dibuja un diagrama de puntos que represente la información.

* ¿Hay tendencia lineal?.

* Dibuja la recta que mejor represente a la nube de puntos.

* Faltan las marcas de algunos años. ¿Podrías predecir cuál habría sido la marca?.

* Después de cada salto temporal hay un empeoramiento de la marca. ¿Cómo lo explicas?.

* Intenta predecir el tiempo de la carrera en el año 2050. Comenta el resultado.

ANUARIOS

En el último anuario de "La República" que se edita en la república de Matelandia se dice que la media de la altura de los habitantes del país es de 1'75 m. con una desviación típica σ = 0'15 m. En Matelandia, una persona que mida 1'85 m. ¿es bajo, alto o normal?. ¿Y otra que mida 1'60?.

VELOCIDAD

La imagen representa a Carl Lewis en Tokio el 25 de julio de 1991. La carrera que disputaba era la final de los 100 metros lisos.

Los tiempos de paso cada 10 metros fueron:

Metros	Tiempo de paso
10	1.88
20	2.96
30	3.88
40	4.77
50	5.61
60	6.46
70	7.30
80	8.13
90	9.00
100	9.86

* Haz un diagrama de puntos con los tiempos de paso cada 10 metros

* ¿Se observa una tendencia lineal?.

* Intenta construir una recta que pase por el mayor número de puntos posible.

* Utiliza esa recta para calcular el tiempo que Carl Lewis emplearía en recorrer los 200 metros.

* Comprueba esa predicción con la marca que se hizo realmente en la tabla de marcas olímpicas en esa distancia.

* Comenta el resultado.

ALUMNOS TELEVISIVOS

Preguntando a 10 alumnos de la clase se confecciona la tabla que relaciona las horas semanales que dedica a ver TV y el número de suspensos en la última evaluación:

Horas que ve la TV	10	12	6	14	12	7	12	12	8	11
Nº de suspensos	3	5	0	6	4	1	3	4	2	2

* Dibuja la gráfica con los puntos de la tabla y trata de encontrar la recta que mejor muestre la relación que hay entre las horas que un estudiante ve la televisión y el número de suspensos que obtiene en el grupo que se estudia.

* Si al preguntarle a otro estudiante de la clase nos dice que ve la tele unas 15 horas semanales, ¿qué podemos pensar de su rendimiento en la pasada evaluación?. ¿Y de otro que ve 20 horas semanales la tele?. ¿Y si otro nos dice que no suele ver la televisión?.

CADENA DE SUPERMERCADOS

El gerente de una cadena de supermercados desea investigar la relación entre el número de empleados y las ventas semanales. Para ello toma una muestra de 15 tiendas con características semejantes, obteniendo las siguientes observaciones:

Supermercado	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(X) Nº de empleados	10	17	17	17	19	24	24	30	32	32
(Y) Ventas (millones)	4	6	6	5	9	8	12	12	11	13

Supermercado	11	12	13	14	15
(X) Nº de empleados	36	40	41	43	48
(Y) Ventas (millones)	15	16	16	17	20

Haz un estudio completo de la relación que hay entre las variables. ¿Qué previsión puede hacer para un establecimiento nuevo con 30 empleados?. ¿Y con 60?.

PIENSA

Si dos variables están altamente correlacionadas puede significar:

a.-Que una sea causa de la otra.

b.-Que ambas se influyan mutuamente.

c.-Que ambas vengan influidas por terceras variables.

d.-Que la correlación se deba a la casualidad.

Supón que en los siguientes pares de variables se midió una fuerte correlación. Indica por cuál de los motivos anteriores consideras que fue así.

1.- Espesor de la nieve y
número de esquiadores.

2.- Sueldo y
consumo de alimentos precocinados.

3.- Precio del tabaco y
grado de contaminación industrial.

4.- Índice de pluviosidad y
cosecha agrícola.

5.- Oferta de servicios y
demanda de servicios.

6.- Nivel cultural y
dieta alimenticia.

7.- Absentismo laboral y
niveles de lectura.

8.- Horas de trabajo y
unidades producidas.

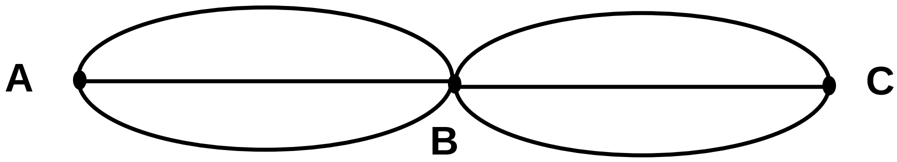
9.- Inversión en bienes e
ingresos derivados de la inversión.

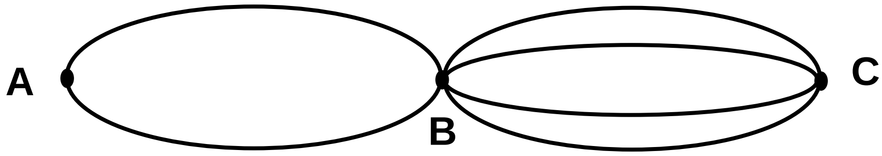
CONTAR

CAMINOS
TERNAS MÍNIMAS
CAPICÚAS
EL REPTADOR DE CUBOS
CAMINOS DE IDA Y VUELTA
NÚMERO DE NÚMEROS CON NÚMEROS
ACERAS
TRIÁNGULOS EN TRIÁNGULOS
TARJETAS BANCARIAS
RECTÁNGULOS Y TENIS
DOBLES EN TENIS
EL PROBLEMA DE 1.000!
CONTANDO LÓGICAMENTE
RECTÁNGULOS Y FÚTBOL
CUADRADOS EN UN CUADRADO

CAMINOS

¿Cuántos caminos distintos conducen de A a C pasando por B en cada uno de los casos siguientes?. Descríbelos.





TERNAS MÍNIMAS

327 es una terna mínima porque la cifra central es menor que las otras dos. No lo es 442. Cuenta las ternas mínimas que hay.

Si se extrae al azar una terna, ¿cuál es la probabilidad de que sea mínima?. ¿Y de que no lo sea?.

CAPICÚAS

1. ¿Cuántos capicúas hay en los cien primeros números naturales?.

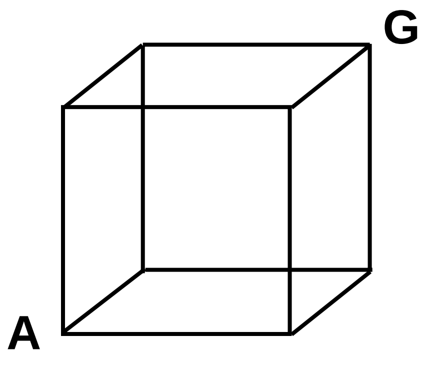
2. ¿Y en los 1.000 primeros números naturales?.

3. ¿Cuál es la probabilidad de que tomando al azar un número de entre los cien primeros naturales sea capicúa?.

4. Se ha sacado un número de entre los mil primeros naturales y ha resultado capicúa. ¿Cuál es la probabilidad de que contenga al menos un 5?.

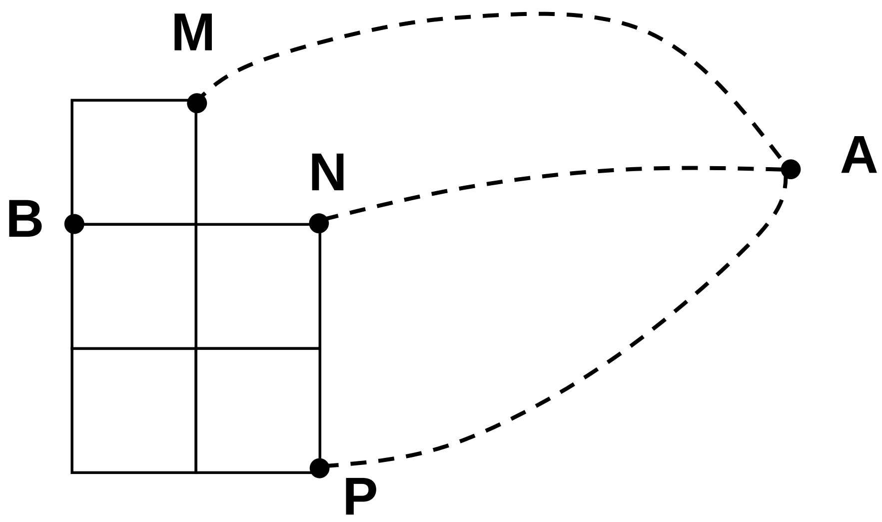
EL REPTADOR DE CUBOS

Un reptador de cubos va directamente de A a G por las aristas del cubo. ¿De cuántas formas distintas puede hacerlo sin repetir el paso por ninguna de ellas?. ¿Cómo podríamos describir esos viajes?.



CAMINOS DE IDA Y VUELTA

Una persona que vive en A y trabaja en B puede usar tres carreteras distintas que le llevan directamente desde A a M, N o P y, una vez en uno de estos puntos, se dirige a B por un camino de mínimo recorrido. Para la vuelta procede del mismo modo.
¿Cuántos caminos diferentes puede utilizar para ir y volver a su trabajo?.



NÚMERO DE NÚMEROS CON NÚMEROS

Escribe todos los números de dos cifras que puedas con 0, 1 y 2. ¿Cuántos hay?. ¿Y de tres cifras?. ¿Y de cuatro?. ¿Cómo cuentas? No escribas los de diez cifras, pero di cuántos hay. ¿Y de veinte cifras?.

Escribe todos los números de dos cifras con 0, 1, 2 y 3. ¿Cuántos hay?. ¿Y con 0,1,2,3,4?. ¿Y con 0,1,2,3,4,5?......

ACERAS

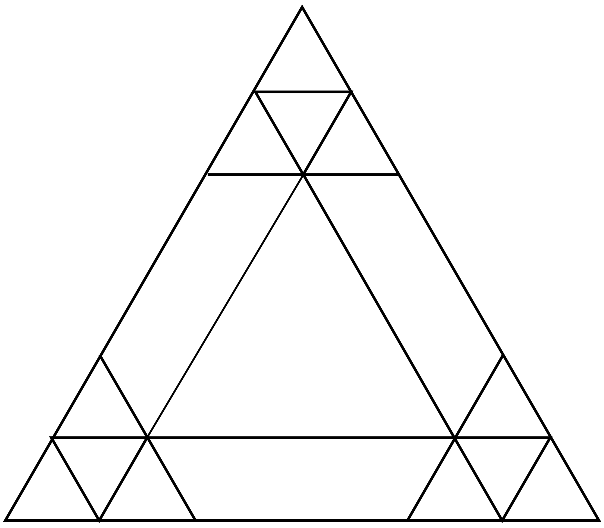
Dispongo de baldosas de dimensión 2 x 1.

¿De cuántas formas puedo embaldosar una acera de dimensión

2 x 1 ,   2 x 2 ,   2 x 3 ,   ... , y   2 x n ?.

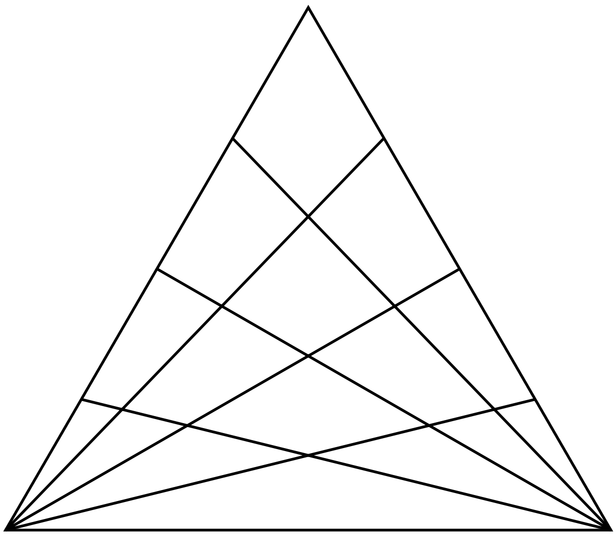
TRIÁNGULOS EN TRIÁNGULOS

1. ¿Cuántos triángulos hay en esta figura:



?.

2. ¿Y en esta otra:



?.

TARJETAS BANCARIAS

Las tarjetas que emiten las entidades bancarias suelen tener una clave secreta personalizada o código numérico que permite el acceso a cajeros automáticos que ofrecen una serie de servicios en operaciones como extraer dinero, consultar saldo, actualizar libretas, etc. Este código numérico consta de cuatro cifras, cada una de ellas de 0 a 9, que hace falta teclear en el orden preciso para evitar que se la trague el cajero. De todas formas, puesto que a veces es fácil equivocarse o tener un lapsus en la memoria, se puede teclear hasta tres intentos, agotados los cuales sin acertar la tarjeta deja de ser operativa.

¿Cuántos números personales distintos ofrece cada tarjeta?.

¿Cuál es la probabilidad de acertar al azar la clave secreta de una tarjeta al primer intento?. ¿Y con dos intentos?. ¿Y con los tres intentos?. ¿Qué tienes que decir sobre la seguridad de acceso a las tarjetas bancarias que tienen ese código de acceso?.

RECTÁNGULOS Y TENIS

¿Cuántos rectángulos distintos se pueden contar en el esquema de un campo de tenis?.

DOBLES EN TENIS

¿Cuántas formas distintas de emparejar a los participantes en un torneo de tenis de dobles se pueden producir si hay 18 inscritos y el emparejamiento se hace al azar?.

¿Y si se inscriben sólo 10?.

Estudia cómo influye el número de inscritos en la cantidad de emparejamientos posibles.

¿Cuántos partidos son necesarios en cada caso para dilucidar la pareja ganadora?.

EL PROBLEMA DE 1.000!

1. En muchos de los problemas de efectuar recuentos sistemáticos hay que realizar cálculos como:

$$4 \times 3 \times 2 \times 1, \qquad 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1, \ldots$$

Estos cálculos se simbolizan respectivamente por:

$$4! \quad \text{y por} \quad 6!$$

respectivamente. Muchas de las calculadoras científicas lo hacen directamente. Compruébalo.

Plantea un problema cuya resolución requiera realizar un cálculo de ese tipo.

2. ¿En cuántos ceros termina 1.000!?.

CONTANDO LÓGICAMENTE

Martin Gardner, sobre una idea de Wernwe Joho -físico suizo-, redactó el siguiente problema:

El cub VERMEN tiene todos sus socios que o bien son VER [V] (y siempre dicen la verdad) o bien son MEN [M] (y siempre mienten). Un día asistí a una reunión en la que estaban todos sus miembros sentados alrededor de una mesa circular. No se distinguían los V de los M. Le pregunté a cada uno qué era y todos me dijeron que veraz.

Le pregunté a cada uno si el que estaba a su izquierda era V o M: cada uno me dijo que su vecino de la izquierda era mentiroso. Olvidé contar las personas que había alrededor de la mesa y llamé por teléfono al presidente. Me dijo que eran 37. Luego me di cuenta de que no podía estar seguro y telefoneé al secretario. No, no, -dijo- lamentablemente el presidente es un mentiroso. Había 40 personas.

¿Cuántas personas había?.

RECTÁNGULOS Y FÚTBOL

¿Cuántos rectángulos distintos se pueden contar en el esquema de un campo de fútbol?. ¿Y si el campo aparece con las divisiones que se propusieron para la reforma del fuera de juego?.

CUADRADOS EN UN CUADRADO

¿De cuántas formas puede dividirse un cuadrado de manera que se obtengan sólo cuadrados?. (¿Se puede conseguir dividir un cuadrado en cuatro cuadrados menores?. ¿Se puede conseguir dividir un cuadrado en cinco cuadrados menores? ¿Y en seis?. etc).