

MATERIALES DE MATEMATICAS PARA 3^{er} CURSO DE E.S.O.

FÓRMULAS Y GRÁFICAS

Actividades para las alumnas y los alumnos

Albert Àngel i Selfa
J. Fernando Juan García
Joan Morant i Gomar
Chelo Talavera Peñaranda

(Col.lectiu Mosaic)

Dibujos:
Josep García i Torres

Tratamiento de textos:
Vicenta Palanca Esteso

COLECCIÓN: MATERIALES PARA EL DESARROLLO CURRICULAR
TÍTULO: FÓRMULAS Y GRÁFICAS
EDITA: GENERALITAT VALENCIANA, CONS. CULTURA, EDUCACIÓ I CIÈNCIA
1ª EDICIÓ
DISEÑO COLECCIÓN: VOLÚMENES ALTERADOS
I.S.B.N.: 84-7890-808-0
D.L.: V-1923-1992
IMPRESO EN ESPAÑA – PRINTED IN SPAIN

Impreso por:
COMERCIAL TORMOS S.L.
Av. Blasco Ibáñez, 22 46010 VALENCIA

ÍNDICE

[EL LENGUAJE GRÁFICO](#)

[EL LENGUAJE ALGEBRAICO](#)

[TRADUCCIONES Y PORCENTAJES](#)

[ECUACIONES I](#)

[ECUACIONES II](#)

[LA FUNCIÓN EXPONENCIAL](#)

[SUCESIONES](#)

[OTROS PROBLEMAS](#)

EL LENGUAJE GRÁFICO

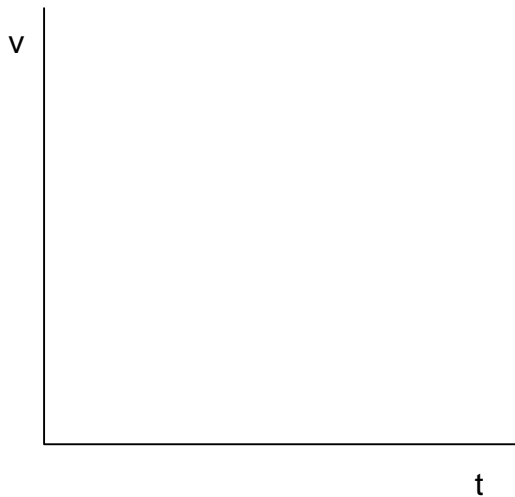
EL SALTO DEL PARACAIDISTA
EL VIAJE AL CONCIERTO
LOS DEPÓSITOS
LAS NOTAS DE UNA CLASE

EL SALTO DEL PARACAIDISTA

Representa, mediante una gráfica, el salto de un paracaidista.

EL VIAJE AL CONCIERTO

Se ha organizado un viaje a un concierto con autobús. Representa en un gráfico de este tipo



las siguientes incidencias:

- parada corta
- parada larga
- semáforos
- retraso en la salida

Refleja el viaje completo en un gráfico en el que destaquen tres o cuatro incidencias.

Muéstralo a tus compañeros de grupo para que averigüen las incidencias que tú has querido indicar.

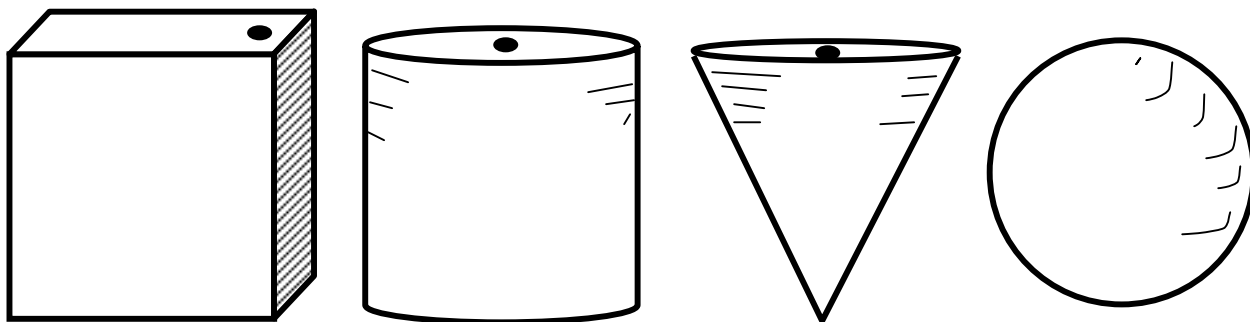
LOS DEPÓSITOS

Relaciona las expresiones algebraicas $\frac{\pi x^3}{4}$, $\frac{\pi x^3}{6}$, x^3 , $\frac{\pi x^3}{12}$

con el volumen de los depósitos dibujados. En todos ellos la altura = anchura = x

Si el cilindro tarda dos horas en llenarse, ¿cuánto tiempo tardar cada uno de los otros con el mismo grifo?.

Representa gráficamente como se llenan los distintos depósitos.



LAS NOTAS DE UNA CLASE

Representa gráficamente los siguientes datos:

Sobresalientes	2%
Notables	18%
Bien	25%
Suficientes	25%
Insuficientes	30%

EL LENGUAJE ALGEBRAICO

TRÍO

PUNTOS DE VISTA

DIFERENCIA DE CUADRADOS

CUADRILANDIA

DEMOSTRACIONES

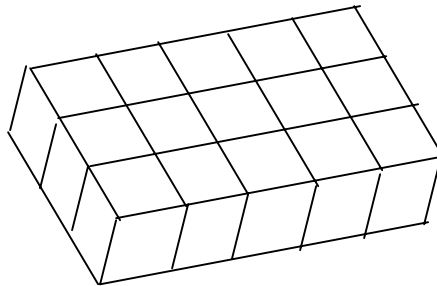
EL CARPINTERO Y LA BARANDA

TRÍO

Un TRÍO son tres números de la forma 3 4 5

Coge cubos y construye un CUADRADO que tenga de lado el número del centro.
¿Cuántos cubos has necesitado?.

Ahora, también con cubos, construye un RECTÁNGULO que tenga como lados las medidas del primer y tercer números.
¿Cuántos cubos tienes?.



Haz lo mismo con el TRÍO 6 7 8.

Número de cubos del cuadrado _____

Número de cubos del rectángulo _____

¿Pasa lo mismo con el TRÍO 1 2 3? Compruébalo.

Y con 11 12 13, ¿qué resultados obtendrías?. Cuadrado _____

Rectángulo _____

¿Y con 0 1 2? Cuadrado _____

Rectángulo _____

Completa la siguiente tabla:

NÚMERO CENTRAL	CUADRADO	NÚMERO		RECTÁNGULO	DIFERENCIA CUADRADO-RECTÁNGULO
		PRIMERO	TERCERO		
2		1	3		
7		6	8		
1		0	2		
4					
	144				
		7			
			4		
				48	
a			a+1		
x					

Intenta establecer una igualdad entre los números CUADRADO RECTÁNGULO y DIFERENCIA de cada una de las filas.

¿Los TRÍOS 3 5 7 y 12 14 16 son iguales que los anteriores?. ¿Qué diferencia observas?.

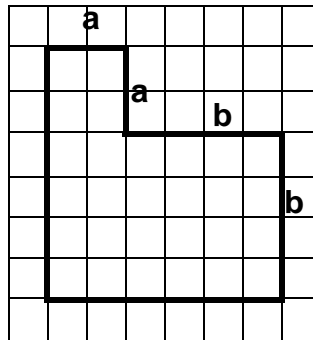
¿Se comportan igual que los anteriores?.

¿Y el 2 5 8 ?.

Investiga otros TRÍOS.

PUNTOS DE VISTA

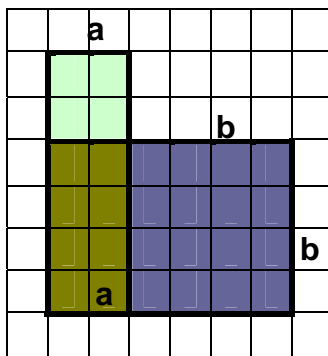
¿Qué ves en un dibujo como este que te presentamos:



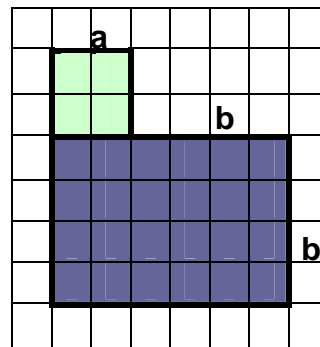
?

En una clase donde había cuatro grupos diferentes dijeron que veían las siguientes figuras:

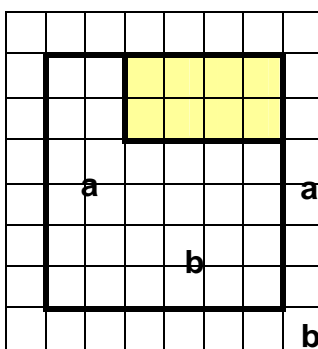
a) Dos cuadrados y un rectángulo



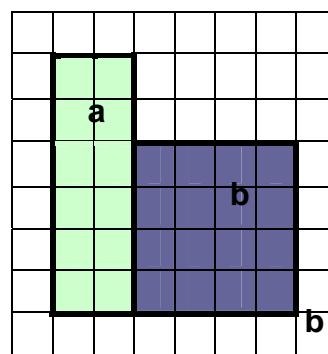
b) Un cuadrado y un rectángulo



c) Un rectángulo y un cuadrado



d) Un cuadrado al que se le ha quitado un rectángulo



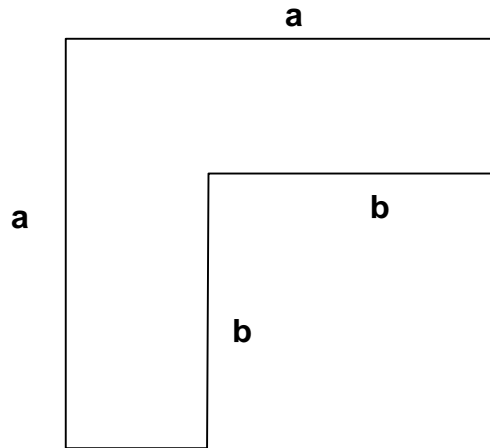
¿Ves otra cosa distinta?.

Todos los grupos, después de una puesta en común, acordaron que los cuatro tenían razón y para ello comprobaron que la "superficie que calculaban era la misma".

¿Piensas que los cuatro tienen razón?. Demuéstralo aplicando las fórmulas que conoces.

DIFERENCIA DE CUADRADOS

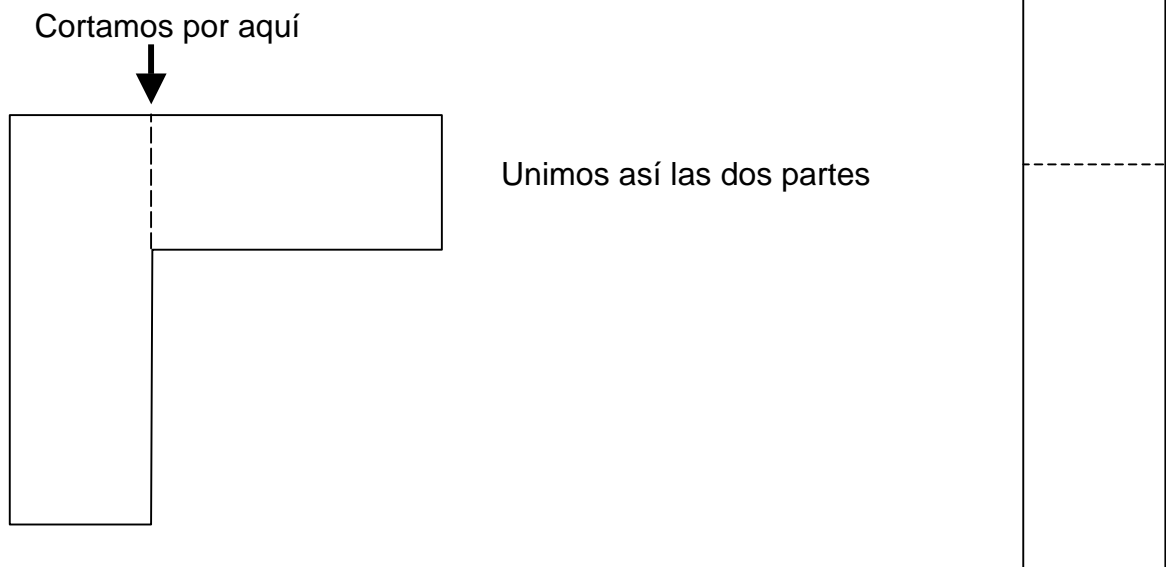
Investiga qué pasa cuando a un cuadrado le quitamos otro cuadrado recortándolo de una de sus esquinas.



¿Qué clase de polígono es la figura resultante?

El área de la nueva figura será la del cuadrado grande menos la del pequeño.
¿Puedes expresarlo usando las letras de los dibujos?

Piensa que ocurre si hacemos:



¿Puedes encontrar también una expresión para el área del último dibujo basándote en **a** y en **b** ?

CUADRILANDIA

Cuadrilandia es un país donde sólo habitan cuadrados. La razón es muy sencilla: si algún temerario rectángulo de los países que le rodean se atreve a cruzar la frontera es convenientemente seccionado en cuadrados minúsculos. Como la posición social en estos países es proporcional al área, resulta muy molesto para los rectángulos así tratados.

Los cuadrados más grandes (más poderosos) atraen a otros cuadrados para, entre todos, formar cuadrados aún más grandes. Los cuadrados pequeños (que abundan muchísimo) han de permanecer igual o pasar a formar parte, como socios de poca importancia, de estas superestructuras dominadas por los cuadrados grandes.

Un día, dos cuadrados de tamaño mediano, a^2 y b^2 , tuvieron una idea: asociarse con algún o algunos rectángulos de los países vecinos. Si querían evitar una sociedad con muchos miembros: ¿a cuál o cuáles se tenían que dirigir?

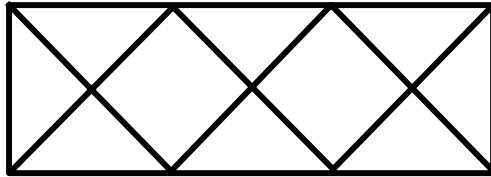
DEMOSTRACIONES

Es curioso observar que si sumamos dos números impares siempre obtenemos un resultado par. Si pruebas con algunos ejemplos verás que no es difícil comprobar lo que acabamos de decir. Ahora bien: ¿puedes demostrarlo?

¿Y la suma de pares?. Estudia todas las posibilidades.

¿Qué puedes decir de la multiplicación?.

EL CARPINTERO Y LA BARANDA



La figura representa un modelo de una baranda que se ha escogido para el balcón de una vivienda. El carpintero desea saber cuántos listones de madera interiores necesitar para hacer el presupuesto. Pero no se aclara, ya que hay listones de varias longitudes y, además, la dueña de la casa sólo le ha dado el dibujo y la altura que ha de tener la baranda: 1 metro, pero no le ha dado los metros que debe tener de longitud.

El carpintero tiene un aprendiz que rápidamente hizo una tabla como la que hay a continuación:

ALTURA	Longitud (m)	2	3	4			n
	Nº Cuadrados	4					
	Nº de list. interiores	4					
	Total metros de madera						

Completa los huecos de la tabla.

TRADUCCIONES Y PORCENTAJES

ROTULADORES Y CALCULADORAS
LA TIENDA DE LUIS
POR TANTOS... HAY TANTOS...
I.V.A.
EL VENDEDOR ESPABILADO
COSMÉTICA

ROTULADORES Y CALCULADORAS

-Comparamos 43 calculadoras a t pesetas cada calculadora. ¿Cuál es el precio total que tenemos que pagar?

-Comparamos 50 rotuladores iguales que nos cuestan p pesetas. ¿Cuánto cuesta uno?

Si todos los rotuladores nos cuestan lo mismo que 5 calculadoras, ¿qué relación hay entre el precio de uno y de la otra?

-¿Qué nos costarían m calculadoras?

¿Y k rotuladores?

¿Y t calculadoras?

LA TIENDA DE LUIS

En la tienda de Luis acostumbran poner como precio de venta el precio de compra incrementado en un 25%.

José, amigo de Luis, va a comprarle y Luis quiere hacerle un descuento. ¿Cuál es el descuento máximo que puede hacer Luis a José sin perder dinero?

POR TANTOS ... HAY TANTOS...

En un hospital por cada médico (M) hay tres enfermeros (E).

Hospital	M	E
A	15	45
B	12	
C	30	
D		105
E		200

Expresa mediante una fórmula la relación entre M y E

Haz lo mismo en los siguientes casos:

-En un instituto por cada profesor (P) hay 20 alumnos (A).

-En una empresa por cada ejecutiva (E) hay 4 secretarias (S) y 24 operarias (O).

-En Valencia ciudad por cada 14 socios del Valencia C.F. (V) hay 3 del Levante U.D. (L).

I.V.A.

El tipo de IVA aplicado a los vehículos se ha reducido recientemente. Ha pasado del 33% al 28%.

Esta tabla contiene datos relativos a los precios de las motos expuestas en una tienda.

Complétala.

MARCA / MODELO	PRECIO DE FÁBRICA	+ IVA (33%)	+ IVA (28%)
Harley Davison	1.832.625	2.437.391	2.345.760
	223.140		
		822.485	791.565
		1.000.000	

¿A qué correspondería cada una de las expresiones:

$0.33 F$; $1.33 F$; $0.33 F + F$; $1.28 F - 0.1 F$; $1.18 F$; $133 F$; $\frac{P}{1.33} 1.28$;

$\frac{28F}{100} + F$?

EL VENDEDOR ESPABILADO

Don Timador es un señor que se dedica a la venta de insecticidas que fabrica mezclando un 5% de materia activa y un 95% de agua.

El producto ha tenido bastante éxito; por lo que decide aprovecharse de la situación bajando la concentración a un 4%. ¿Qué cantidad de agua tiene que añadir por cada 100 litros de insecticida?.

Pasado algún tiempo los compradores se dan cuenta del engaño y disminuyen considerablemente las ventas, por lo que Don Timador decide volver a aumentar la concentración no al 5%, sino al 6%. ¿Qué cantidad de materia activa tendrá que añadir si le quedan 1000 litros de mezcla?.

Encuentra una expresión que nos permita calcular los litros de agua que se deberán añadir a L litros de mezcla para pasar de un 5% a un 4% de concentración.

COSMÉTICA

Los artículos de cosmética los compro en dos perfumerías diferentes. Cuando el valor de la compra supera las 2.000.- ptas. en una de ellas hacen el 10% de descuento y en la otra el 5% y además no cobran el sobrante de los millares.

Tengo que comprar 4 artículos que valen 1.549.- ; 4.385.- ; 3.295.- ; 8.625.-

¿Dónde me interesa comprar cada uno de los artículos?

Encuentra una regla que nos permita decidir qué tienda interesa más para un solo artículo según el valor de éste.

ECUACIONES I

LA COMITIVA
BODAS Y BAUTIZOS
MÁQUINAS
COMPARANDO MAQUINARIAS
LA SOLUCIÓN ES LA ECUACIÓN
FIESTA EN LA CALLE
EL BUSCA-NÚMEROS

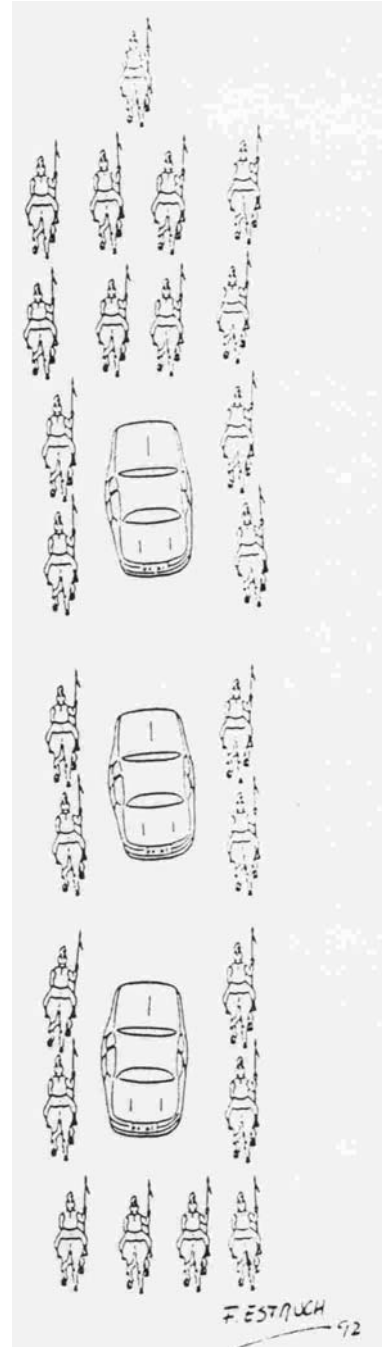
LA COMITIVA

Una comitiva real está formada por un escuadrón de lanceros de la guardia real que tiene como finalidad escoltar un número indeterminado de coches.

Abren la comitiva 9 lanceros y la cierran 4. Van, además, dos lanceros a cada lado de cada coche tal y como muestra el dibujo.

Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta las condiciones formuladas:

Nº. COCHES	1	2	3		6		n
Nº. CABALLOS				33		53	



BODAS Y BAUTIZOS

Una empresa de servicios de hostelería necesita saber la cantidad de sillas que requiere preparar una fila de mesas en las diferentes celebraciones que le contraten.

Solúcionale el problema a la empresa encontrándole una expresión que permita saber el número de sillas que necesita para preparar cualquier fila de mesas.

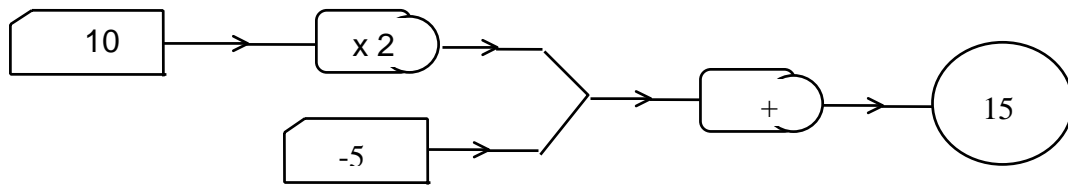
Puedes ayudarte con el dibujo que ilustra la situación con filas de una y tres mesas respectivamente.

Nº DE MESAS	1	2	3	4	5			N
Nº TOTAL SILLAS						58	124	

Comprueba que la expresión resultante sirve para calcular el número de sillas necesarias para preparar una fila de cualquier número de mesas que mantenga esa regla de ampliación.

Si ya lo tienes, piensa en equipo otra posibilidad de combinar mesas y sillas, y confecciona una tabla que recoja los resultados según las diferentes combinaciones.

MÁQUINAS



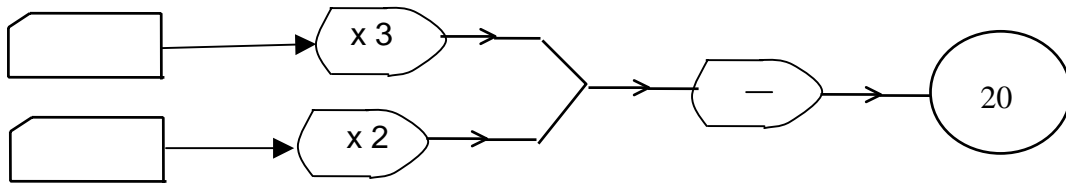
Explica el funcionamiento de este conjunto de máquinas.

Si comenzamos con otros números que no sean 10 y -5, ¿es posible obtener 15 como resultado?. Intenta encontrar muchas soluciones y represéntalas en una gráfica.

Utilizando una letra diferente para simbolizar cada uno de los números que se introducen, escribe de la manera más breve posible la relación numérica expresada por este conjunto de máquinas.

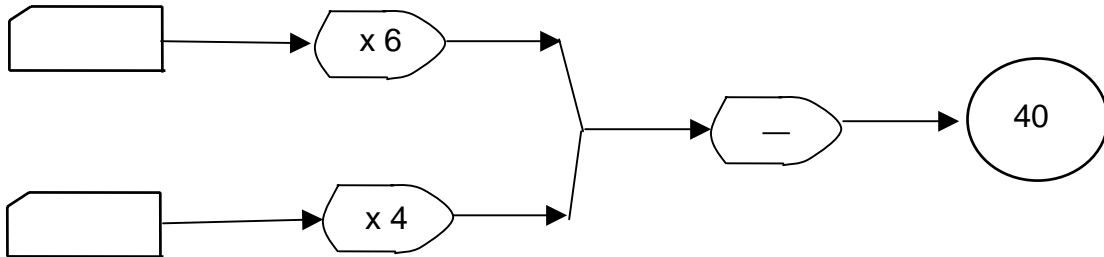
Si introducimos 0.25 como primer número, ¿cuál ser el segundo?. Busca un método que permita determinar el segundo número cuando se conozca el primero.

COMPARANDO MAQUINARIAS



Busca algunas parejas de números que den 20. Diremos que cada pareja es una solución.

Prueba las soluciones que ya has encontrado en esta maquinaria:



¿Pasa algo especial?. Si es así, trata de entender a qué es debido.

Si buscas soluciones de la segunda maquinaria y las introduces en la primera, ¿también pasar lo mismo?. Si no estás seguro, haz algunas pruebas.

LA SOLUCIÓN ES LA ECUACIÓN

Encuentra una ecuación que tenga por solución la pareja (2, 5).

La ecuación que has encontrado, ¿tiene otras soluciones?

FIESTA EN LA CALLE

Para hacer una fiesta en la calle tenemos que cerrar un recinto rectangular. Uno de los lados del rectángulo mide 7.5 metros. Averigua la longitud del otro lado sabiendo que el alquiler de las vallas nos cuesta a 37.5 ptas/metro y hemos pagado 1725.- ptas. por todas las vallas.

EL BUSCA-NÚMEROS

Busca parejas de números que cumplan: el doble del primer número sumado con el segundo número da una suma total de 15.

Escribe los números que encuentres en la siguiente tabla.

1 ^{er} número									
2 ^o número									

-Si al primer número le llamas a y al segundo b , ¿cómo escribirías algebraicamente que el resultado de sumar el doble del primero con el segundo es 15?

-Imagina que se ha escogido dos números cualesquiera a y b de los que han aparecido en la tabla, ¿podrías averiguar cuáles son?. ¿Por qué?

-Supón que el primer número es 7, ¿cuál sería el segundo?

-¿Sabrías calcular los números si supieras que el primero es la tercera parte del segundo?

¿Y si supieras que la diferencia entre el primer número y el segundo es 3?

¿Y si la suma de los números fuera 13?

ECUACIONES II

JUGANDO CON EXPRESIONES
HACIENDO PRUEBAS
LA CARCASA
MATENKO
ECUACIONES CON CALCULADORA
LA MÁQUINA DEL CERO
MAS SOBRE MÁQUINAS Y CEROS
EL MURAL
EL BAR
ALBERTO Y ANA
LA PISCINA DE MARTA

JUGANDO CON EXPRESIONES

Para practicar este juego hace falta el tablero adjunto, un dado, cuatro fichas de distintos colores y las cuatro expresiones siguientes:

$$x^2 - 5x + 4$$

$$x^2 - 4x + 3$$

$$x^2 - 7x + 10$$

$$x^2 - 6x + 9$$

Reglas del juego para 4 jugadores:

- Cada uno elige una expresión distinta y una ficha.
- Por turno, cada uno lanza un dado y sustituye la puntuación que obtenga en la expresión elegida previamente.
- El valor obtenido indicar lo que avance o lo que retroceda su ficha en el tablero.
- Gana el primero que llega a la meta.

Después de jugar algunas veces, ¿cuál de las cuatro expresiones prefieres?.

Analiza el juego si las casillas ELIMINACIÓ y META están en posiciones distintas a las del tablero adjunto.

EIXIDA

-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
-6										6
-7	-8	-9	-	10	11	11	10	9	8	7
-	-17	-16	-	-	-	12				
-18	-	15	14	13		13	14	15	16	17
-19										18
-20	-21	-22	-	23	24	25	24	23	22	21
			-	26						
	-30	-	-	28	27	27	28	29	30	

ELIMINACIÓ

META

HACIENDO PRUEBAS

Ayudándote con la calculadora, di cuándo es positiva, negativa o nula, cada una de estas expresiones:

$$3x^2 - 12$$

$$-2x^2 + 8x - 8$$

$$x^2 - 7x + 10$$

$$x^2 - 3x + 2,21$$

LA CARCASA

La fórmula que describe la altura (e) a la que se encuentra una carcasa es:

$$-5t^2 + vt = e$$

donde v es la velocidad de salida de la carcasa, t el tiempo y e la altura.

Un tipo de carcasa sale con una velocidad de 32 m/s. Con la ayuda de la calculadora completa la tabla siguiente:

t	0	1	1.5	2	2.8	4	7	
e								

-Calcular el tiempo que ha de transcurrir para que la carcasa alcance las siguientes alturas:

t	10	20	30	40	50
e					

MATENKO

El jugador de baloncesto Matenko dice ser especialista en tiros triples. Según Matenko, anota siempre que lanza desde 6,25 metros de la canasta; aunque esto no sucede muy a menudo, ya que sus rivales, conocedores de su destreza, le impiden colocarse en la línea de tiro, o bien le hacen un tapón.

Gracias a los avances técnicos se ha comprobado que en su lanzamiento el balón describe una trayectoria definida por la fórmula:

$$y = 3.05 + 1.25x - 0.2x^2$$

y= altura a la que se encuentra el balón
x= distancia al eje de la canasta

¿Será verdad la afirmación de Matenko?, es decir, ¿se encontrará el balón a la altura necesaria en el momento de cruzar el eje de la canasta?.

Completa la siguiente tabla:

x							
y							

¿A qué distancia de la canasta tiene que estar un jugador que ha interceptado el balón cuando estaba a 3.5 metros de altura?.

¿Cuánto tendría que saltar un jugador que estuviese a 2 metros de Matenko para hacerle un tapón?.

ECUACIONES CON CALCULADORA

Si te digo que uno de estos números (-2, 0, 1, 4, 6) es solución de la ecuación

$$x^2 - x = 12, \quad \text{te ser fácil encontrarlo. Inténtalo.}$$

Intenta encontrar otra solución.

La ecuación $5x^2 + 33x + 40 = 0$ también tiene dos soluciones. Hállalas, sabiendo que una de ellas es uno de los siguientes números: -3, -1.6, 0.7, 1, 1.5, 2, 3.3

Haz lo mismo con $9x^2 + 1 = 6x$. Una de las soluciones es un número comprendido entre 0 y 1.

No siempre se puede determinar con total exactitud cualquier solución por medio de este método. Encuentra una "buena" aproximación (al menos hasta la centésima) de alguna de las soluciones de la ecuación $x^2 - 6x = 15$

LA MÁQUINA DEL CERO

Mate Mágica es una profesora un tanto especial. Se encierra en su despacho y selecciona las visitas de la siguiente manera:

En la máquina que ha instalado en la puerta el visitante tiene que teclear un número. Si es correcto, la puerta se abre. Permite tres pruebas, y si no se acierta, no se puede entrar.

Aquí tienes la máquina tal como aparecía un día cualquiera del curso pasado.

$$\textcircled{3} \cdot \square^2 + \textcircled{-48} = 0$$

Otro día, en el que quería recibir pocas visitas, la dispuso así:

$$\textcircled{9} \cdot \square^2 + \textcircled{-4} = 0$$

En cambio, el último día de curso, la pantalla mostraba:

$$\textcircled{0} \cdot \square^2 + \textcircled{0} = 0$$

Intenta entrar en el despacho de Mate Mágica en cada una de esas situaciones.

Hoy es imposible entrar. ¿Cómo lo habrá hecho?

¿Podrías idear un método para determinar infaliblemente cuál es el número que en cada caso, si lo hay, abre la puerta?

Intenta abrir ahora:

$$\textcircled{6} \cdot \square^2 + \textcircled{-18} = 0$$

MÁS SOBRE MÁQUINAS Y CEROS

Mate ha decidido cambiar de sistema. La máquina que está preparando responde al siguiente diseño:

$$\textcircled{3} \cdot \square^2 + \bigcirc \cdot \square^2 = 0$$

Sabiendo que el número introducido aparecer en los dos recuadros, investiga si ser más fácil o más difícil entrar en el despacho.

Idea un método para determinar el número adecuado en cada circunstancia.

EL MURAL

Entre todos los alumnos de la clase vamos a pintar un mural. Disponemos de una magnífica pared de 3,25 m de ancho y 2,70 m. de altura. Se ha hecho una serie de grupos y a cada uno de ellos le corresponde una determinada tarea.

Nuestro grupo ha de pintar el marco. Disponemos de dos botes de pintura de color fresa muy suave. El más grande es de medio kg. y el otro es de 125 gramos. También nos han dado tres brochas, completamente nuevas.

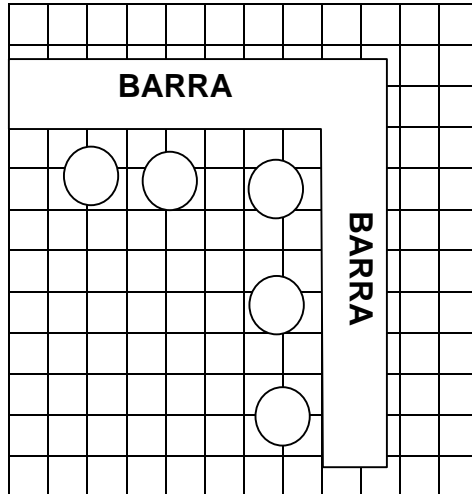
Hemos decidido que el marco consistir en una franja recta y de la misma anchura a lo largo de los cuatro lados. Queremos, además, que sea lo más ancha posible.

Los dos botes llevan una serie de instrucciones (parece mentira que quepan tantas palabras en tan poco espacio) y algunas especificaciones técnicas. Entre éstas últimas está la siguiente: "Rendimiento: $4,2 \text{ m}^2/\text{Kg}$ ".

Ayúdanos a encontrar las dimensiones del marco.

EL BAR

En un bar de planta cuadrada se quiere construir una barra tal como se indica en la figura.



Si al lado del local le llamamos y al ancho de la barra y la zona de camareros le llamamos, escribe la expresión de la superficie de uso público en función de las dos cantidades anteriores.

Si sabemos que la barra más la zona de camareros tiene dos metros de ancho, y sabemos que la superficie de uso público es de 90.25 m^2 , ¿qué medida tiene el lado del local?.

ALBERTO Y ANA

Alberto y Ana son dos amigos aficionados a las adivinanzas.

Un día Alberto le dijo a Ana: "Encuentra dos números que se diferencien en dos unidades y su producto dé 15".

Ana planteó la siguiente ecuación:

$$x(x + 2) = 15$$

Además, llegó a la siguiente conclusión:

como $15 = 3 \times 5$ y 3 y 5 se diferencian en dos unidades, las soluciones son 3 y 5.

Otro día Ana le dijo a Alberto: "Encuentra dos números que se diferencien en dos unidades y su producto sea 9.24".

Alberto planteó la ecuación:

$$x(x + 2) = 9.24$$

pero después no supo cómo descomponer el número 9.24.

Usa la calculadora para ayudar Alberto.

LA PISCINA DE MARTA

Marta tiene en su casa una piscina que mide 10 m. de largo, 7 m. de ancho y 2 m. de profundidad, es decir, con una capacidad de

$$10 \times 7 \times 2 = 140 \text{ m}^3.$$

Como la piscina ya tiene algunos años, está un poco deteriorada y ha decidido restaurarla y al mismo tiempo aumentar la capacidad a 200 m^3 .

¿Qué obras puede hacer?.

El constructor ha aconsejado a Marta que deje la piscina con la misma profundidad y que varíe lo que quiera el largo y el ancho, ya que hacerla más profunda resultaría más caro. Al final Marta decide aumentar igualmente el ancho y el largo.

¿Cuánto debe aumentar estos lados para conseguir la capacidad deseada?.

Suponiendo que Marta decida aumentar el largo y el ancho en distinta medida, construye una tabla con las nuevas medidas.

Ancho	
Largo	

Representa en una gráfica los datos obtenidos.

Escribe la expresión que muestra la relación que hay entre la anchura y la longitud.

LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

EL ÁRBOL GENEALÓGICO
UNA Y SOLO UNA PESA MENOS
LAS BACTERIAS
PRESION ATMOSFÉRICA
LA COMPAÑÍA

EL ÁRBOL GENEALÓGICO

Los ascendientes de la 1ª generación son los padres.

Los ascendientes de la 2ª generación son los abuelos.

Los ascendientes de la 3ª generación son los bisabuelos.

Generación	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	
Nº de ascendientes	2					

¿Cuántos ascendientes de la n-ésima generación tiene una persona?.

UNA Y SOLO UNA PESA MENOS

Averigua el número mínimo de pesadas necesarias para detectar, con una balanza, una perla que pesa menos que las demás, de un conjunto de perlas.

Nº de perlas	2	3	4	8	15	20		
Nº mínimo de pruebas								

¿Cuántas perlas hay como máximo si se ha realizado 6 pesadas?.

Si n es el nº de perlas y m el de pruebas, relaciona mediante una expresión algebraica m y n .

LAS BACTERIAS

Un biólogo está estudiando una bacteria que cada hora se divide en tres, todas ellas del mismo tamaño que la primera. Al cabo de una hora cada una de las tres bacterias hijas se divide a su vez en otras tres, continuando este proceso indefinidamente.

Si se coloca una sola bacteria en un tubo de ensayo, indica, en la siguiente tabla, el número de bacterias que habrá en el tubo, según el tiempo transcurrido.

Nº de horas	1	2		5			
Nº de bacterias			81				

-Encuentra una expresión que relacione el número de bacterias con el número de horas transcurridas.

-¿Cuál sería esta expresión si partiéramos de 5 bacterias en lugar de partir de una?.

¿Y si partiéramos de una población de a bacterias?.

Nuestro biólogo colocó una bacteria en el tubo a mediodía y a medianoche estaba lleno. ¿A qué hora estaba el tubo a un tercio de su altura?.

PRESIÓN ATMOSFÉRICA

Sabemos que la presión atmosférica en un punto depende de la altitud a que se encuentre debido a la variación de la cantidad de aire que hay por encima.

La presión soportada en un punto es aproximadamente 0.9 veces la soportada en otro punto situado a 1 kilómetro por debajo.

Como referencia se utiliza la que hay a nivel del mar (altitud cero) que es de una atmósfera.

-Representa gráficamente la relación entre la altitud (en km) de un punto y el valor de la presión atmosférica en ese punto.

-Cuando bajamos a una mina, ¿aumenta o disminuye la presión atmosférica?.

-¿Qué harías para calcular la presión en altitudes negativas?.

-¿Cuál es la presión a una altitud de 500 metros?. ¿Y a 3200 metros?. ¿Y a 400 metros de profundidad?.

-Encuentra una fórmula que relacione la presión atmosférica con la altitud.

LA COMPAÑÍA

Una compañía de ventas por catálogo tiene la siguiente política piramidal:

Conseguir que una persona que se apunte convenza a otras personas para que hagan lo mismo; éstas convencerán a otras y así sucesivamente.

Como no hay intermediarios, los beneficios conseguidos se reparten entre los socios, de manera que todos pueden llegar a "hacerse ricos".

La empresa tiene un plan óptimo que es el siguiente:

Cada persona apunta en un mes a 4 personas, estas 4 apuntan cada una a otras cuatro también en un mes y así sucesivamente.

Cada una de las personas que se apunta ha de consumir productos de la empresa por un valor de 5.000.- ptas. al mes para que el plan resulte rentable.

Llena la siguiente tabla:

Mes	1	2	3	4	7	15		
Nº personas apuntadas								
Importe medio compras								

-Encuentra una expresión que nos dé el nº de personas apuntadas en el n-ésimo mes.

-Haz lo mismo para el importe medio gastado.

-Supón que la población española es de 20 millones de personas adultas (con posibilidades económicas por comprar). ¿Cuántos meses tardaría en estar cubierto el mercado?.

-Expresa tu opinión sobre este plan de ventas (favorable o desfavorable).

SUCESIONES

RECORTANDO PAPEL

TRIÁNGULOS (I)

TRIÁNGULOS (II)

TRANSFORMACIONES (I)

TRANSFORMACIONES (II)

TRANSFORMACIONES (III)

¿QUÉ ESCOGES?

TRAMA CUADRADA

LOS NÚMEROS PARES E IMPARES

EL DOBLE PRODUCTO

LA MEDIA ARITMÉTICA

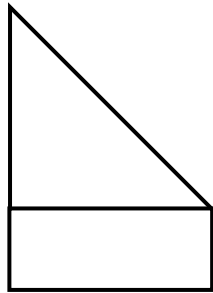
SUMA Y DIVIDE

RECORTANDO PAPEL

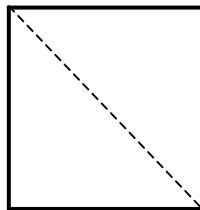
Coge una hoja rectangular de papel



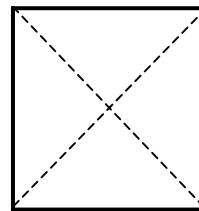
Dóblala así:



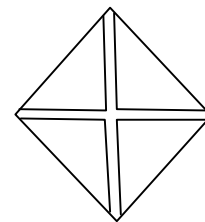
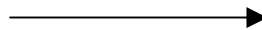
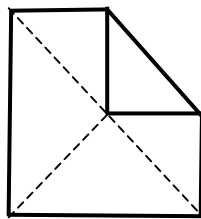
y recorta el rectángulo inferior. Tendrás delante de ti un cuadrado de papel:



Ahora, dóblalo por la otra diagonal y obtendrás:



Lleva los cuatro vértices al centro como indica el dibujo.



Recorta las cuatro solapas. La figura resultante es un _____.
Y su área es _____ de la del cuadrado inicial.

Vuelve a repetir el proceso dos o tres veces. Después, piensa en estas preguntas:

-Si fuera posible continuar indefinidamente este proceso: ¿qué pasaría al final con el área de los sucesivos cuadrados?.

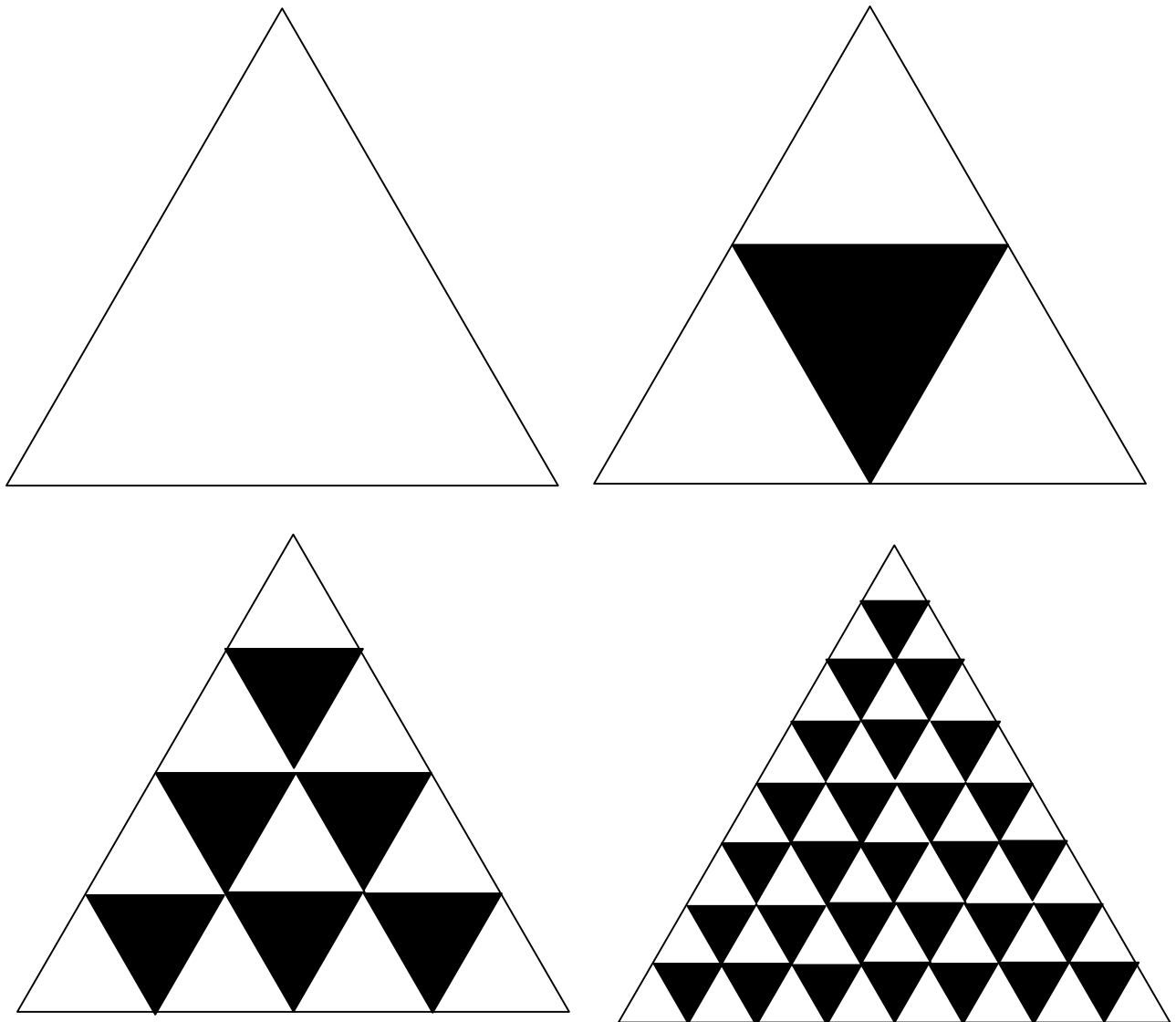
-¿Cuántas veces, más o menos, crees que se tendría que repetir el proceso para obtener un cuadrado que tuviera por área 1 mm^2 ?. Cuando lo hayas pensado, pasa a calcularlo exactamente.

TRIÁNGULOS (I)

Analiza la sucesión de figuras. Piensa: si continuáramos este proceso, qué aspecto tendrían los términos de la sucesión conforme avanzáramos más y más?.

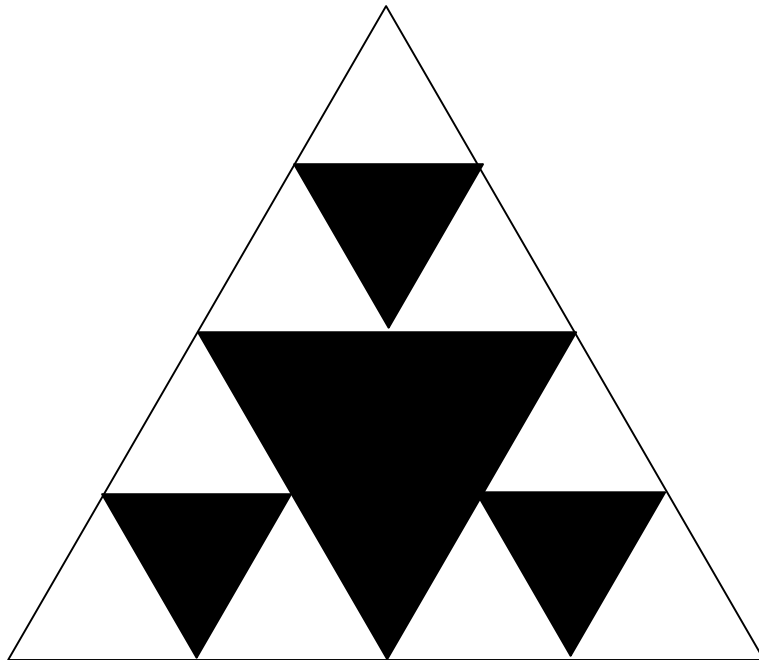
En el segundo término hay dos triángulos blancos más que negros. En el tercero, esta diferencia es de cuatro triángulos. ¿Qué pasa en otros términos?. ¿Podrías determinar exactamente la diferencia entre triángulos blancos y negros en cualquier término?. Y "al final" ¿qué pasa?.

Estudia ahora las diferencias entre las áreas de la zona blanca y la negra. Formúlate las mismas preguntas que en el párrafo anterior e inventa las que creas oportunas.



TRIÁNGULOS (II)

Si el tercer término de la sucesión de Triángulos (I) lo cambiáramos por éste:



Dibuja el cuarto.

Analiza esta nueva sucesión.

TRANSFORMACIONES (I)

Si consideramos como unidad de área la del cuadrado negro inicial, no te será difícil averiguar el área de la zona negra en cada una de las otras figuras.

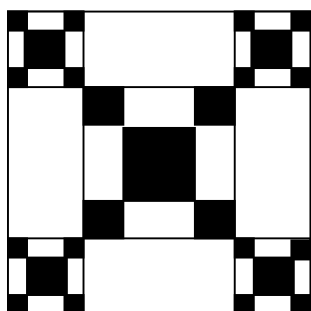
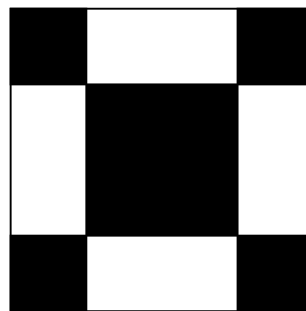
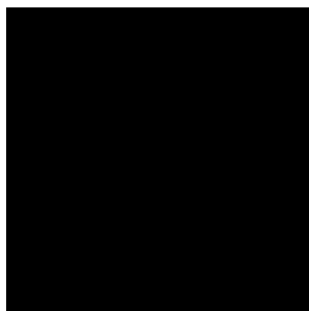
Imagina que esta transformación continúa indefinidamente.

Halla la sucesión formada por las áreas negras de estas figuras. ¿Observas alguna tendencia?

Con la ayuda de la calculadora puedes hallar muchos términos de la sucesión: ¿cuál es el último que puedes calcular?. ¿Qué pasar a partir de ahí?

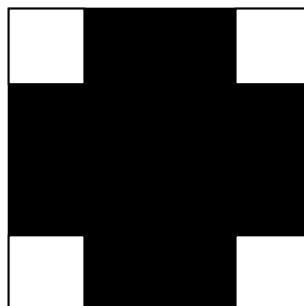
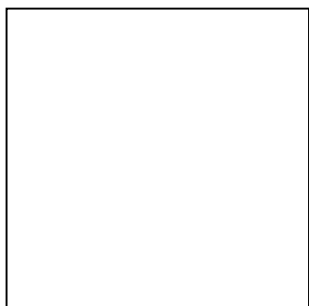
Intenta hacer lo mismo con la sucesión formada con los perímetros de la zona negra.

Escoge tú otra sucesión formada a partir de estas figuras y estúdiala.



TRANSFORMACIONES (II)

Haz lo mismo que en transformaciones (I) basándote en estas figuras:



TRANSFORMACIONES (III)

Inventa tu propia sucesión de figuras y analiza algunas de las sucesiones numéricas que se puedan formar a partir de ella.

¿QUÉ ESCOGES?

Si alguien te diera a escoger entre una de estas dos opciones:

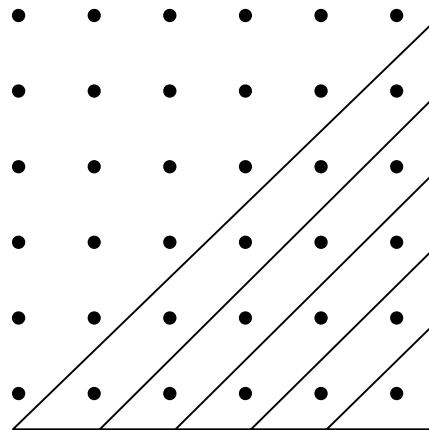
a) Darte mil pesetas diarias.

b) Darte una peseta el primer día, dos pesetas el segundo, cuatro pesetas el tercero, ocho pesetas el cuarto, etc.

¿Con cuál de ellas te quedarías?. ¿Por qué?.

TRAMA CUADRADA

En una trama cuadrada construye una sucesión de triángulos como la de la figura:



El primer triángulo tiene dentro un punto,
el segundo _____ puntos,
el tercero _____ puntos,
el cuarto _____ puntos.

¿Cuántos puntos habrá dentro del décimo triángulo?.

¿Y dentro del triángulo número noventa?.

¿Podrías encontrar una expresión algebraica que permita calcular el número de puntos que habrá dentro de cualquier triángulo?.

LOS NÚMEROS PARES E IMPARES

Sabes que los números pares (positivos) son:

2, 4, 6, 8, ...

y los impares

1, 3, 5, 7, 9, ...

¿Qué expresión algebraica utilizarías para representar un número par?.

¿Y para escribir un número impar genérico?.

Con la ayuda de tu calculadora averigua, en cada caso, los cocientes entre:

- a) Los números consecutivos.
- b) Los impares consecutivos.
- c) Los pares consecutivos.

Anota los resultados tomando cada vez números más grandes. ¿A qué conclusión has llegado?.

EL DOBLE PRODUCTO

Con la calculadora haz lo siguiente:

$0.8 \times \times 4$ y después la tecla $=$ varias veces.

¿Cuál es la tendencia de la sucesión que se forma?.

Estudia las distintas sucesiones que se originan al modificar los números.

Escribe una regla general para las tendencias de las sucesiones que se forman al variar los números de entrada.

LA MEDIA ARITMÉTICA

Piensa dos números que sean el primero y el segundo término de una sucesión. Después, cada término es la media aritmética de los dos precedentes.

-Haz una predicción del término quince de esta sucesión.

-Escribe todas las particularidades que encuentres en este tipo de sucesiones.

SUMA Y DIVIDE

Suma 3 a un número cualquiera y el resultado lo divides entre dos. Con este resultado repite el procedimiento y obtendrás una sucesión.

Estudia la tendencia cuando:

-Varía el número de entrada.

-Suma 5 y divide por dos.

-Suma 4 y divide por 4.

OTROS PROBLEMAS

LA CARRERA DE PULGAS

LA CARRERA

LOS CAMAREROS

EL HUERTO DEL TIO PEP

LA CERVEZA

LA CARRERA DE PULGAS

Andrés y Lola tienen dos pulgas amaestradas para hacer carreras.

La pulga de Andrés da un salto adelante de un cm. cada segundo. La pulga de Lola es un poco caprichosa y en un segundo da 3 saltos adelante y dos saltos atrás, cada uno de un cm.

¿Por qué pulga apostarías tú?. Razona la respuesta.

LA CARRERA

Un chico y una chica disputan una carrera de 100 metros. La chica cruzó la línea de meta cuando al chico le faltaban por recorrer 5 metros.

El chico, no muy conforme con el resultado le ha pedido la revancha, y la chica para darle más interés decide salir 5 metros detrás de la línea de partida.

Si los dos corredores desarrollan la misma velocidad en las dos carreras, ¿quién crees que ganará en la segunda carrera?.

¿Qué ventaja ha de darle la chica al chico para empatar?.

LOS CAMAREROS

En el bar de una fábrica preparan siempre el mismo número de bocadillos para el almuerzo. Lo hacen dos camareros que tardan 20 minutos. Un día un camarero no fue a trabajar y el otro tardó 30 minutos en preparar los bocadillos.

¿Cuánto tardaría el primer camarero en hacer todos los bocadillos él solo?.

EL HUERTO DEL TIO PEP

El tío Pep tiene un huerto de tomates sembrados en hileras, y quiere cubrirlas con un invernadero de plástico de forma semicircular. Pero tiene una duda. Sus vecinos Toni y Julián tienen también un huerto de tomates cada uno que han cubierto con sendos invernaderos semicirculares, pero de distinta manera. Cada uno de ellos afirma que su manera es la más económica, es decir, que si tuviera las mismas filas de tomates que el otro, habría gastado menos plástico.

Toni ha cubierto su huerto con un gran invernadero que cubre todo, y Julián lo ha cubierto con diversos invernaderos pequeños, tantos como filas de tomates tiene.

¿Podrías ayudar al tío Pep y decirle como tiene que hacer el invernadero para que le resulte más barato?.

CERVEZA SIN ALCOHOL

Carlos, Luis, Juan y Fernando son 4 amigos que se van al campo. Carlos ha llevado una botella de litro de cerveza sin alcohol, Luis ha llevado 2 botellas de un tercio y Juan ha llevado 4 botes de 33 cl.

Fernando se ha olvidado de llevar cerveza, y como todos beben por igual, deciden que Fernando pague 300 pts.

Para repartirse las 300 ptas. no llegan a ningún acuerdo y piden que tú les ayudes.