

MATERIALES PARA 2º CURSO E.S.O.

ÁLGEBRA GRÁFICAS

AUTORES: SALVADOR CABALLERO RUBIO
FRANCISCO J. GARCÍA GARCÍA
JOSÉ A. MORA SÁNCHEZ
PASCUAL PÉREZ CUENCA
JULIO RODRIGO MARTÍNEZ

DIBUJOS: JOSÉ M. CARDONA CASANOVA

COLECCIÓN: MATERIALES REFORMA. M - 12
TÍTULO: ÁLGEBRA. GRÁFICAS
EDITA: GENERALITAT VALENCIANA, CONS. CULTURA,
EDUCACIÓN Y CIENCIA, D.G. ORD. E INNOVACIÓN
EDUCATIVA, PROGRAMA II. Y REFORMAS EXPER.

1ª EDICIÓN
DISEÑO COLECCIÓN: VOLÚMENES ALTERADOS S.A.L.
I.S.B.N.: 84-7890-176-0
D.L.: V-2029-1990
PRINTED IN SPAIN - IMPRESO EN ESPAÑA

Impreso por:
GRÁFIC-3
Pol. Ind.Ciudad Mundeco. QUART DE POBLET - VALENCIA

ÍNDICE

[ÍNDICE AMPLIADO](#)

JUEGOS Y ROMPECABEZAS

ÁLGEBRA-GRÁFICAS A

LOS NÚMEROS Y LAS LETRAS

FÓRMULAS

PROBLEMAS CON ENUNCIADO

CONSOLIDACIÓN DE DESTREZAS

COORDENADAS

INTERPRETACIÓN Y CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS

ÁLGEBRA-GRÁFICAS B

LOS NÚMEROS Y LAS LETRAS

FÓRMULAS

PROBLEMAS CON ENUNCIADO

CONSOLIDACIÓN DE DESTREZAS

INTERPRETACIÓN Y CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS

ÍNDICE AMPLIADO

JUEGOS Y ROMPECABEZAS.....	6
JUEGOS Y ROMPECABEZAS.....	7
EL CUBO DE CARAS NEGRAS.....	8
TRIÁNGULOS.....	9
TELÉFONOS.....	10
JUEGO DE SUSTITUCIÓN II.....	11
CRUCES.....	13
ARITMETÓGONOS.....	14
TABLAS DE SUMAR Y MULTIPLICAR.....	15
ÁLGEBRA- GRÁFICAS A.....	17
LOS NÚMEROS Y LAS LETRAS.....	18
NÚMEROS EN CELDILLAS.....	19
TRADUCCIONES II.....	20
EADAES II.....	21
RECTÁNGULOS.....	22
FÓRMULAS.....	23
MÁQUINAS.....	24
PINTAR CUBOS.....	25
PORTALES II.....	26
SECUENCIAS.....	27
SUCESIONES.....	29
LÁPICES.....	30
PROBLEMAS CON ENUNCIADO.....	31
LAS VACAS LECHERAS.....	32
EL MONSTRUO DEL LAGO NESS.....	33
EL ERROR.....	34
UN PROBLEMA DE EDADES.....	35
LA GRANJA.....	36
CONSOLIDACIÓN DE DESTREZAS.....	37
CHIPS.....	38
CALCULADORA.....	39
MEDICAMENTOS.....	40
PARÉNTESIS.....	41
FACTOR COMÚN.....	42
ECUACIONES Y SISTEMAS.....	43
COORDENADAS.....	44
EL PIE Y EL PALMO.....	45
EL ATERRIZAJE.....	46
EL PARACAIDISTA.....	47
INTERPRETACIÓN Y CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS.....	48
VIAJES.....	49
EL APARCAMIENTO.....	50
CARRERA ACCIDENTADA.....	51
EL PRECIO DE LA GASOLINA.....	52
DOS CINES.....	53
DOS GRIFOS.....	54
EL CARTÓN.....	55
EL LIBRO DE COCINA.....	56
ÁLGEBRA GRÁFICAS B.....	57
LOS NÚMEROS Y LAS LETRAS.....	58
TRADUCCIONES III.....	59
EADAES III.....	60
HISTORIAS II.....	61
ADIVINA MI REGLA.....	62
FÓRMULAS.....	63
CÍRCULOS.....	64

EL INSTITUTO	65
FOTOGRAFÍA	66
EL TACO DE MADERA	67
GENEALOGÍA DE LAS ABEJAS	68
PROBLEMAS CON ENUNCIADO	69
LAS TARTAS	70
LA SOLUCION ES	71
PON TÚ EL PROBLEMA III	72
¿QUIÉN PIERDE?	73
OJOS Y PATAS	74
CONSOLIDACIÓN DE DESTREZAS	75
DESPEJAR EN FÓRMULAS	76
LA RESPUESTA	77
CIRCUNFERENCIA INSCRITA EN UN CUADRADO	78
INTERPRETACIÓN Y CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS	79
EL TRABAJO	80
EL TERMOSTATO	81
LAS TORRES	82
FOTOCOPIAS	83
LA CUESTA	84
LA PENDIENTE	85
LA COMPAÑÍA	86
SUMAR UNO	87

JUEGOS Y ROMPECABEZAS

JUEGOS Y ROMPECABEZAS

EL CUBO DE CARAS NEGRAS

TRIÁNGULOS II

TELÉFONOS

EL JUEGO DE SUSTITUCIÓN II

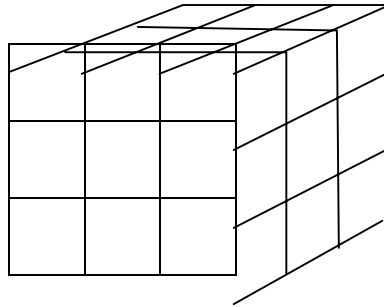
CRUCES

ARITMETÓGONOS

TABLAS DE SUMAR Y MULTIPLICAR

EL CUBO DE CARAS NEGRAS

Un cubo de tamaño $3 \times 3 \times 3$ está formado por pequeños cubos de tamaño más pequeño.



Si pintamos el exterior del cubo grande de color negro, ¿Cuántos cubos pequeños tendrán pintadas 3, 2, 1 o ninguna cara de color negro?

Investiga para diferentes tamaños de cubos.

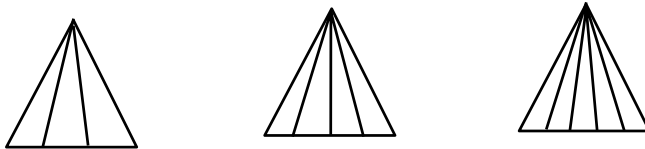
TRIÁNGULOS

Aquí hay un triángulo al que se le ha añadido una línea:

Podemos ver hasta tres triángulos:



¿Y si añadimos dos líneas al triángulo? ¿Y tres? ¿Y cuatro?



Copia y completa la siguiente tabla:

Número de líneas añadidas	1	2	3	4	5	...
Número de triángulos		6			21	...

¿Cuántos triángulos, si cruzan 8 líneas?. (Utiliza la tabla para contestar)

TELÉFONOS

En un pequeño pueblo no hay líneas telefónicas. Cada nuevo teléfono ha de ser conectado a todos los demás.

Cuando solo había tres teléfonos en el pueblo, solo necesitábamos tres líneas:
Cuando se instaló el cuarto teléfono eran necesarias 6 líneas:

Completa la siguiente tabla:

Número de teléfonos		2	3	4	5	6	7	...
Número de líneas		1	3	6				

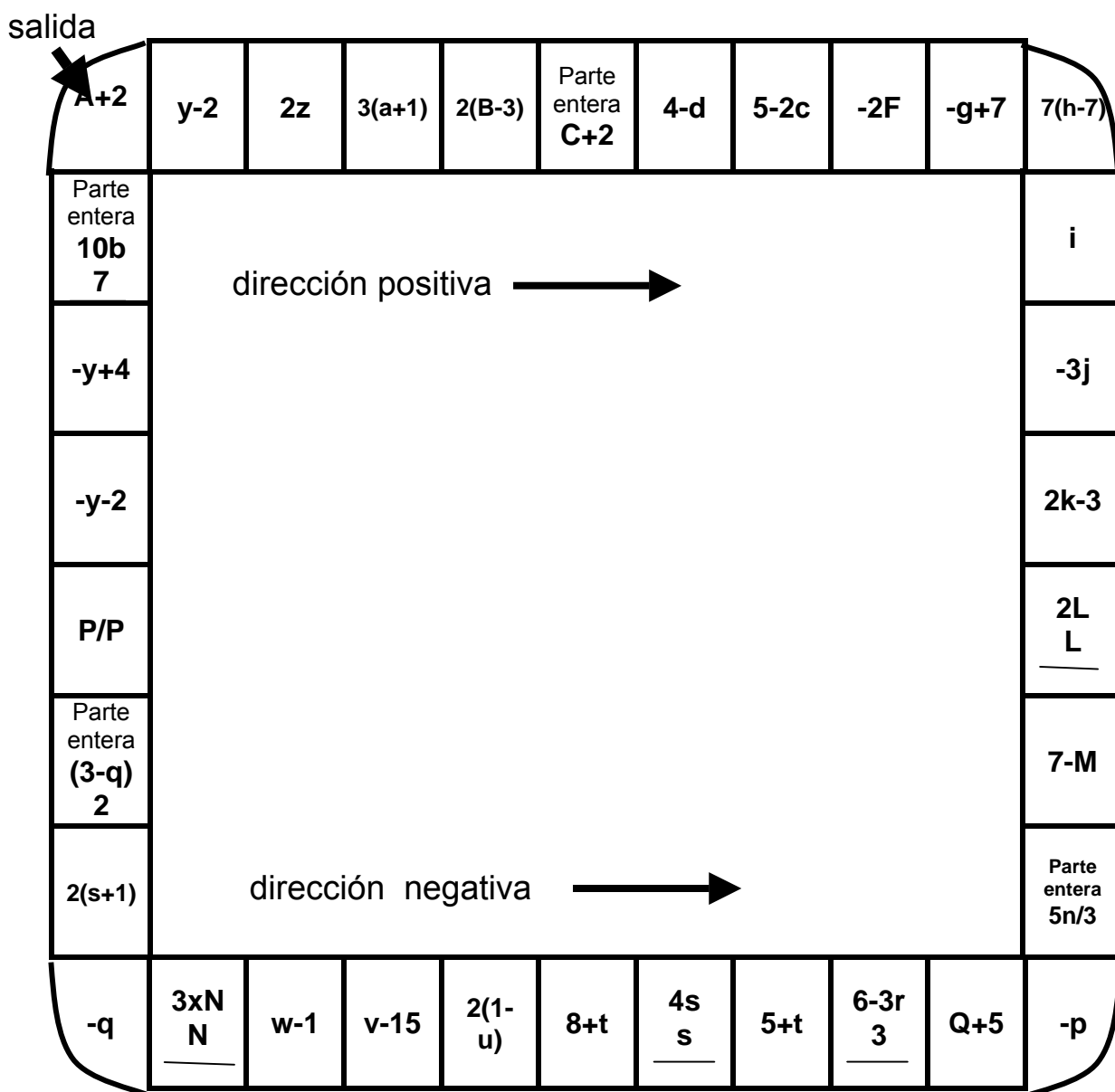
Sin hacer nuevos dibujos, ¿cuántas líneas hay ahora que tenemos 11 teléfonos? ¿Y con 20 teléfonos?

Generaliza a una cantidad "n" de teléfonos.

JUEGO DE SUSTITUCIÓN II

Cada jugador lanza un dado por turno. A la vez lanzan una moneda, si sale cara el número es positivo y si sale cruz es negativo. Sustituye la cifra obtenida con el dado en la fórmula en la que se encuentra su ficha, el resultado indica el número de casillas que avanzará en sentido positivo o negativo.

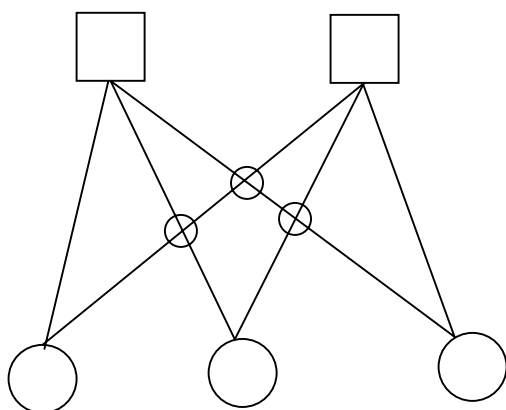
El ganador es el primero en dar dos vueltas al tablero.



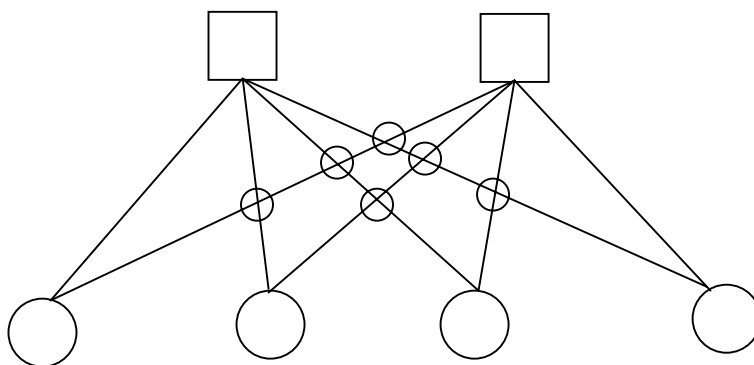
CRUCES

En mi pequeño pueblo todas las casas están colocadas a lo largo de una línea recta. El agua se lleva desde el depósito a cada casa con una tubería recta. Algo parecido ocurre con el gas.

Aquí tienes un diagrama que data de la época en la que únicamente había tres casas, (cada cruce de tuberías está marcado con un circulito):



Con cuatro casas hay 6 cruces.

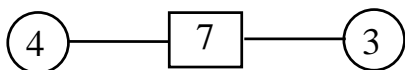


Completa la siguiente tabla:

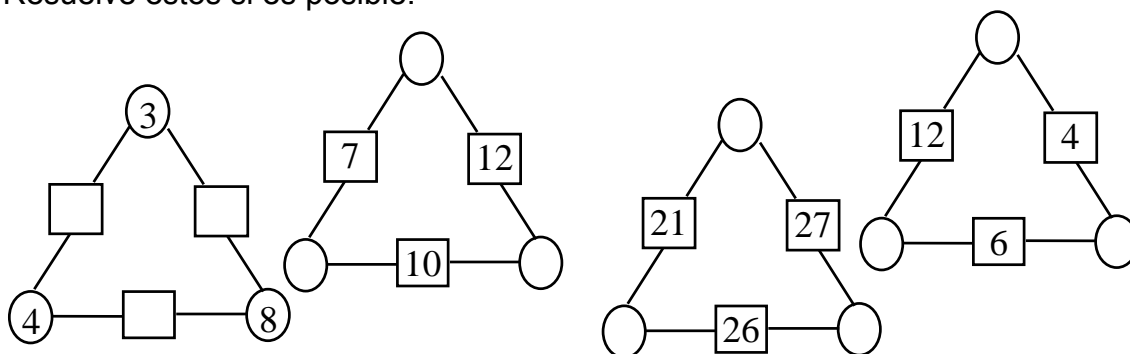
Número de casas	Número de cruces
3	3
4	6
5	
6	
7	
.	
.	

ARITMETÓGONOS

En un aritmetógono, el número que está en un cuadrado es suma de los que están a cada lado en círculos, por ejemplo:



Resuelve estos si es posible:

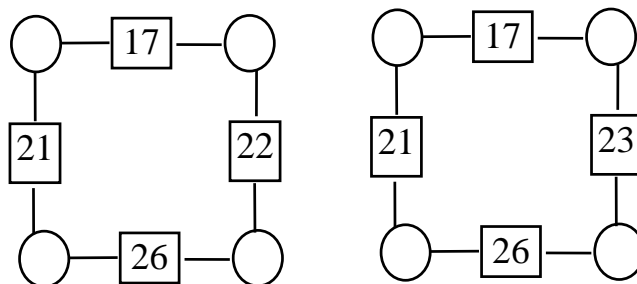


Busca una forma de resolverlos que no sea la de tanteo.

¿Siempre tienen solución?

¿Sólo admiten una solución?.

Resuelve estos otros:



TABLAS DE SUMAR Y MULTIPLICAR

Aquí tienes las conocidas tablas de sumar y multiplicar:

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Si tomamos un pequeño cuadradito de la primera:

11	12
12	13

Observa que $11+13=12+12$. ¿Será válida esta propiedad para todos los cuadrados 2×2 ?

Enuncia la propiedad y trata de justificarla.

¿Habrá una propiedad más general de la cual la de los cuadrados sea un caso particular?

Si tomamos un cuadrado 2×2 en la tabla de multiplicar:

6	8
9	12

Aquí $6+12$ no es igual a $8+9$ pero, si nos fijamos mejor, tenemos que $6 \times 12 = 8 \times 9 = 72$. ¿Ocurrirá igual para cualquier cuadrado 2×2 ?

Enuncia la propiedad y trata de justificarla.

Investiga otras propiedades en las tablas de sumar y multiplicar. Para ello observa algunas pautas:

- filas, columnas, diagonales.
- Busca simetrías.
- Múltiplos y divisores.
- Sumas, diferencias o productos de números en filas, columnas o diagonales en

cuadrados $n \times n$.

ÁLGEBRA- GRÁFICAS A

LOS NÚMEROS Y LAS LETRAS

NÚMEROS EN CELDILLAS

TRADUCCIONES II

EDADES II

RECTÁNGULOS

NÚMEROS EN CELDILLAS

En esta fila de celdillas empezamos por el 3 y el 4:

3	4			
---	---	--	--	--

Ahora sumamos 3 y 4 y obtenemos 7, ahora 4 y 7 que son 11...

3	4	7	11	18
---	---	---	----	----

Pero si te dan la primera y la última de las celdillas:

4				42
---	--	--	--	----

¿Cuáles son los números que faltan?.

Resuelve ahora estas otras:

5				42
---	--	--	--	----

8				4
---	--	--	--	---

4				21.5
---	--	--	--	------

4				(-2)
---	--	--	--	------

1.8				3.2
-----	--	--	--	-----

Con distintos principios y finales, investiga formas de encontrar los números que no sea por tanteo. ¿Qué números faltan en:

x				y
---	--	--	--	---

Extiende el problema a otras longitudes de celdillas.

TRADUCCIONES II

Traduce las siguientes frases del lenguaje coloquial al lenguaje matemático:

- A) El precio de n cuadernos, a 125 ptas. cada uno.
- B) El número a es diez unidades más que b .
- C) El beneficio obtenido al comprar un artículo por x pesetas y venderlo por y pesetas.
- D) El triple de un número es 16.
- E) El peso de c cajas si cada una pesa p kilos.
- F) El peso de cada caja si c cajas pesan p kilos.
- G) La suma de tres números consecutivos es 33.
- H) Tres números pares consecutivos cumplen que, restando a la suma de los dos mayores el doble del menor, se obtiene seis.
- H) El precio de venta de un artículo si recargo el 20% al precio de compra.
- I) El beneficio obtenido de la venta del artículo del apartado anterior.

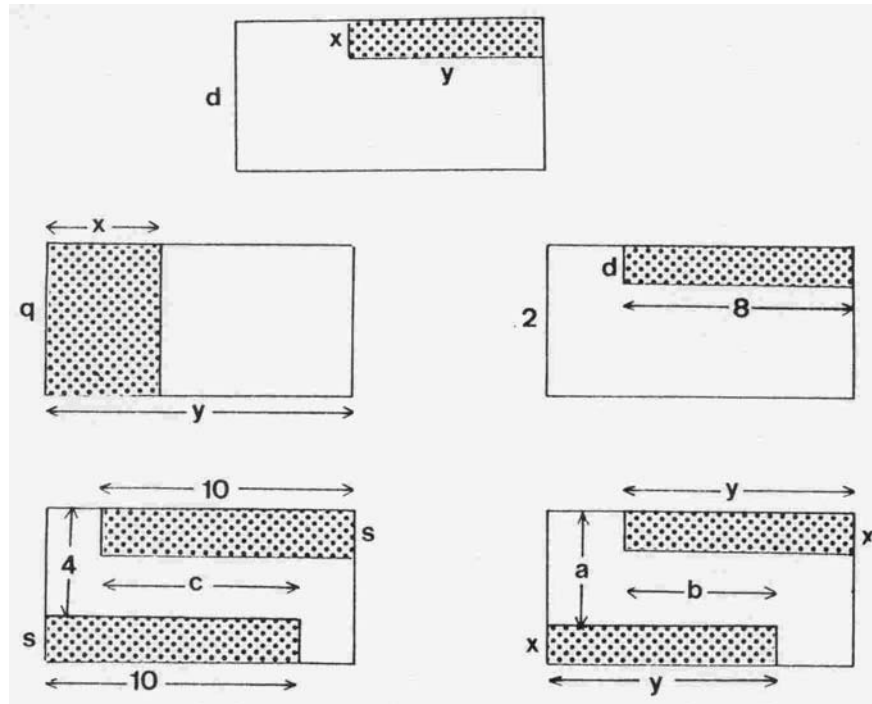
EDADES II

Completa el siguiente cuadro de edades, suponiendo que actualmente Pedro tiene doble edad que Quique, Rosa tiene ocho años más que Pedro y Toni tiene 12 años menos que la suma de las edades de Rosa y Quique:

	Pedro	Rosa	Toni	Quique
Edad hace un lustro				x
Edad actual				
Edad dentro de una década				

RECTÁNGULOS

Busca una expresión para el perímetro y el área de los rectángulos:



FÓRMULAS

MÁQUINAS

PINTAR CUBOS

PORTALES II

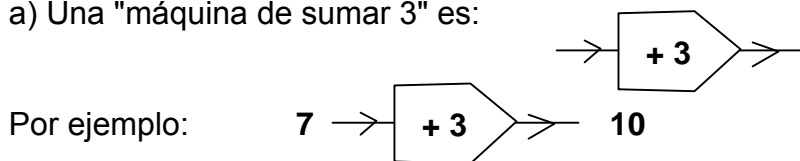
SECUENCIAS

SUCESIONES

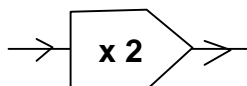
LÁPICES

MÁQUINAS

a) Una "máquina de sumar 3" es:

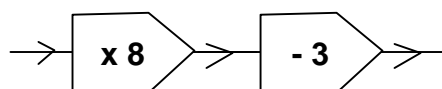


Una "máquina de multiplicar por 2" es:



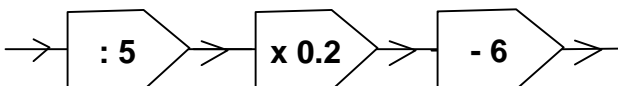
Busca las salidas para los números: 7, 0 y 20 en las dos máquinas anteriores.

b) Podemos formar cadenas de máquinas, por ejemplo:



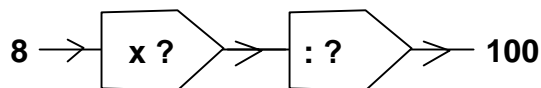
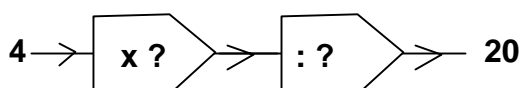
Busca las salidas cuando entren el 3, el 0 y el 5.
¿Cuál debe ser la entrada para que salga el 8?

c) Ahora tenemos una cadena más larga:

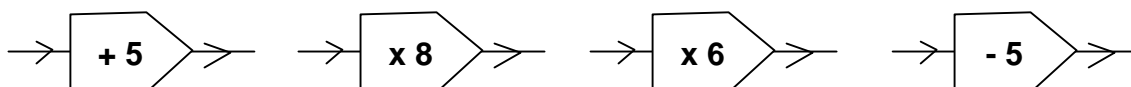


Calcula las salidas para: 5, 3 y 7

d) Coloca los números que faltan en las máquinas para que funcionen tal como se indican:

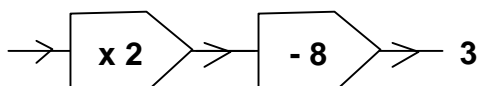


e) Aquí tienes cuatro máquinas:

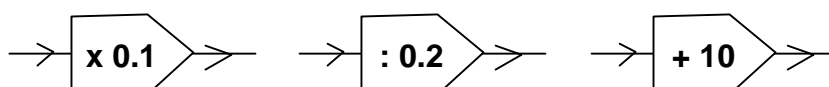


Cuando la entrada es 6, la salida es 43. Diseña la cadena.

f) ¿Cuál debe ser la entrada en la siguiente cadena para que salga 3?



g) Aquí tienes tres máquinas más:

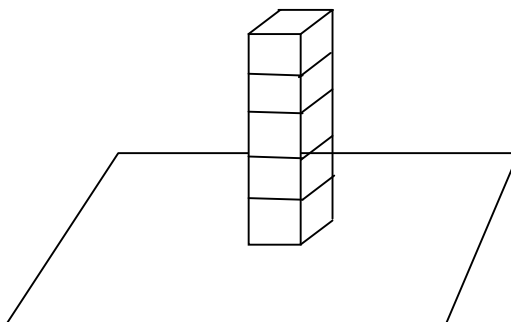


Diseña la cadena para que cuando la entrada sea 7, la salida también sea 7.

PINTAR CUBOS

a) Para realizar esta actividad puede que necesites algunos cubos.

Laura apila cubos como ves en las viñetas y después pinta las caras que quedan al aire.

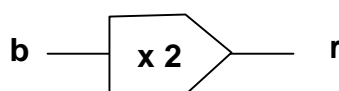


¿Cuántas caras ha pintado?.

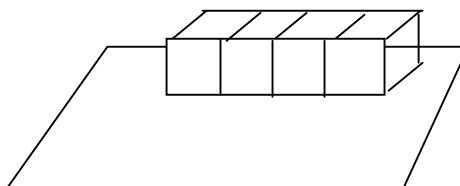
Si llamamos b al número de cubos apilados y r al número de caras que ha pintado, completa la siguiente tabla.

b	r

Completa esta máquina para que transforme el número que le entra (el de la cantidad de cubos) en el que sale (el de la cantidad de caras pintadas).



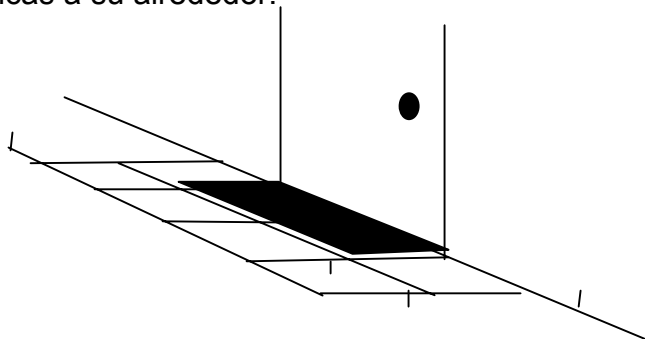
b) Laura ha pensado que si coloca ahora los cubos de esta otra forma, pintará menos caras:



Responde a las mismas preguntas que en el apartado anterior.

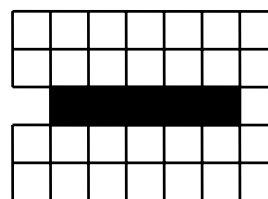
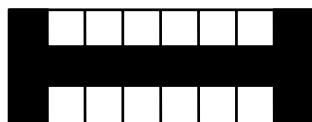
PORTALES II

Juan está colocando baldosas cuadradas en el portal de su casa, primero pone una tira de color negro y después blancas a su alrededor.



Calcula el número de baldosas blancas que deberá colocar dependiendo del número de negras.

Prueba ahora con estos diseños:



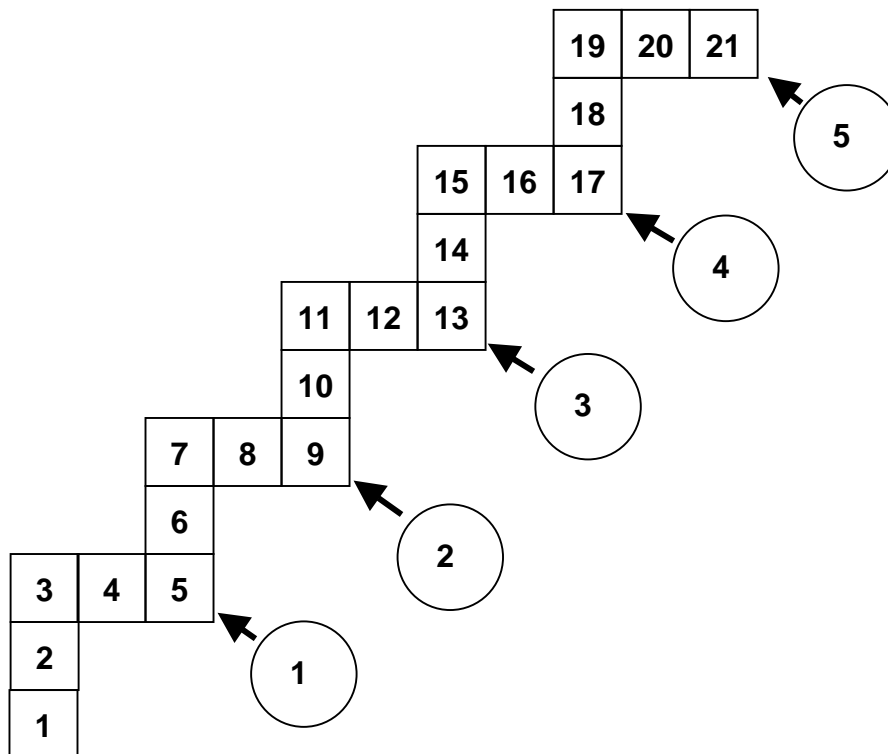
Si sabes la cantidad de baldosas blancas, ¿cómo calcularás el número de negras?.

En cada uno de los casos estudiados busca una regla que a partir del número de blancas nos dé el número negras.

Presenta varios diseños distintos que respondan a la regla $B = 2N + 4$.
¿Y para $B = 3N - 4$?

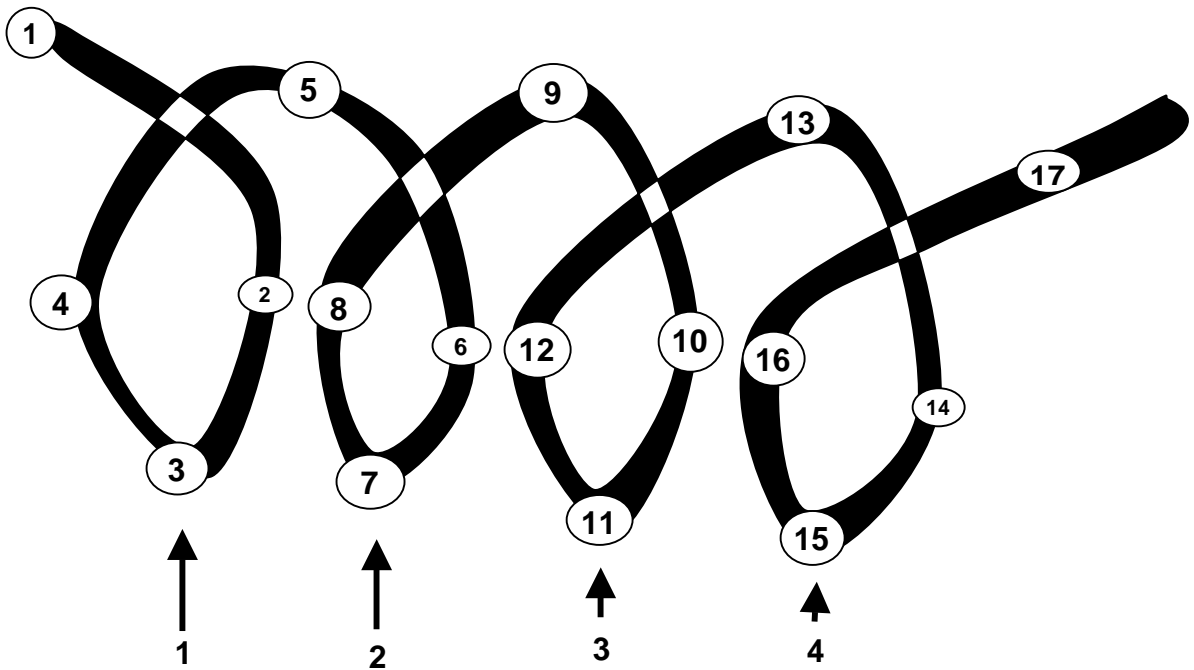
SECUENCIAS

a) Hemos colocado los números en zig-zag formando una escalera:



-Escribe el número que corresponde en cada caso:

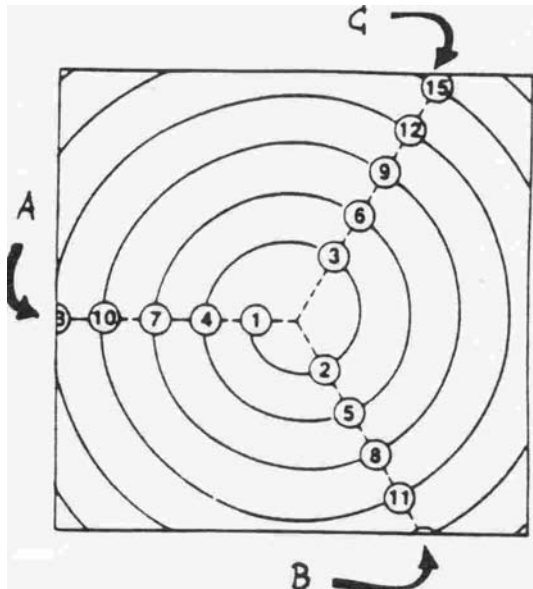
b) Los números trazando bucles:



-¿Qué número tendremos en la parte de abajo del vigésimo bucle?.

-¿Cuáles de estos números estarán en la parte de abajo de la espiral: 21, 23, 42, 43, 47, 55, 60?.

c) Los números en espiral:



-Calcula el décimo número en la línea A, el vigésimo en la B y el trigésimo en la C

SUCESIONES

a) Continúa:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 20, 21, ...

5, 10, 15, 20, ...

0, 3, 12, 21, 30, 22, 42, ...

1, 4, 9, ...

2, 3, 5, 8, ...

0.5, 0.33, 0.25, 0.20, 0.16, ...

b) Escribe el número que ocupa:

El lugar 198 en: 1, 0, -1, 1, 0, -1, 1, ...

El lugar 165 en: 1, 3, 5, 7, ...

El lugar 7 en: 0.9, 0.81, 0.729, 0.6561, ...

c) Escribe el número que ocupa el lugar n en:

1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

6, 13, 20, 27, 34, 41, ...

-1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, ...

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

17, 13, 9, 5, ...

8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, ...

LÁPICES

En un curso hemos planteado lo siguiente:

"Los lápices azules cuestan 5 pesetas cada uno y los rojos 6 pesetas. Si en total gastamos 90 pesetas, a es el número de lápices azules que hemos comprado y r es el número de lápices rojos. Escribe la relación entre a y r ".

Durante la corrección hemos recogido las siguientes respuestas:

- a) $a + r = 90$
- b) $5a + 6r = 90$
- c) 6 azules y 10 rojos.
- d) $12a + 5r = 90$
- e) $6a + 10r = 90$

¿Cuál crees que es la respuesta correcta?.

¿Por qué crees que las otras respuestas son incorrectas?.

¿En qué crees que pensaban los alumnos que han elegido cada una de las respuestas que crees incorrectas?.

PROBLEMAS CON ENUNCIADO

**LAS VACAS LECHERAS
EL MONSTRUO DEL LAGO NESS
EL ERROR
UN PROBLEMA DE EDADES
LA GRANJA**

LAS VACAS LECHERAS

Cuatro vacas negras y tres vacas marrones dan tanta leche en 5 días como tres vacas negras y cinco marrones en 4 días. ¿Qué clase de vaca es mejor lechera: la negra o la marrón?

EL MONSTRUO DEL LAGO NESS

Sabiendo que la longitud del monstruo del lago Ness es de 20 metros más la mitad de su propia longitud, ¿cuántos metros mide el monstruo de largo?.

EL ERROR

Fui a la papelería y compré el mismo número de lápices que de bolígrafos. Los lápices me costaron 10 pesetas cada uno y los bolígrafos 15 pesetas cada uno. Gasté en total 200 pesetas.

Al llegar a casa planteé la ecuación: $10L + 15B = 200$

para describir el gasto y la resolví así:

Como $L = B$, entonces puedo escribir $10L + 15L = 200$

Agrupé los términos en L : $25L = 200$

Esta última ecuación dice que 25 lápices me costaron 200 pesetas. Luego cada lápiz me costó 8 pesetas.

¿Dónde está el error?.

UN PROBLEMA DE EDADES

- a) Una madre tiene 33 años y su hijo 3. ¿Al cabo de cuántos años la edad de la madre será seis veces la del hijo?
- b) Un padre tiene 32 años y su hija 5. ¿Al cabo de cuántos años la edad del padre será diez veces la de la hija?

LA GRANJA

Juan y Luisa fueron de visita a la granja de su abuelo. Durante su estancia vieron un corral con cerdos y gallinas. Luisa dijo haber contado 18 animales en total y Juan afirmó haber contado 50 patas. ¿Cuántos cerdos había?

CONSOLIDACIÓN DE DESTREZAS

CHIPS

CALCULADORA

MEDICAMENTOS

PARÉNTESIS

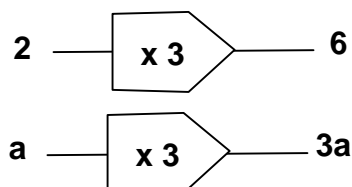
FACTOR COMÚN

ECUACIONES Y SISTEMAS

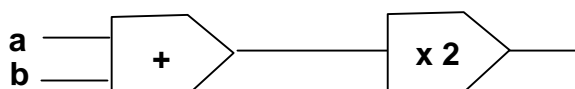
CHIPS

Puedes comprar circuitos integrados o "chips" que pueden sumar, multiplicar por 3, elevar al cuadrado, etc.. Los chips suman y multiplican voltajes, nosotros los vamos a utilizar para operar cantidades.

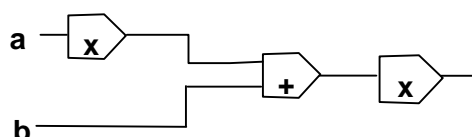
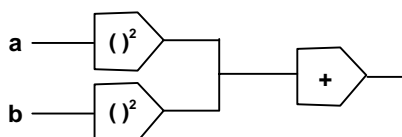
Aquí tienes un chip "x3". Si entran 2 voltios, ... salen 6.



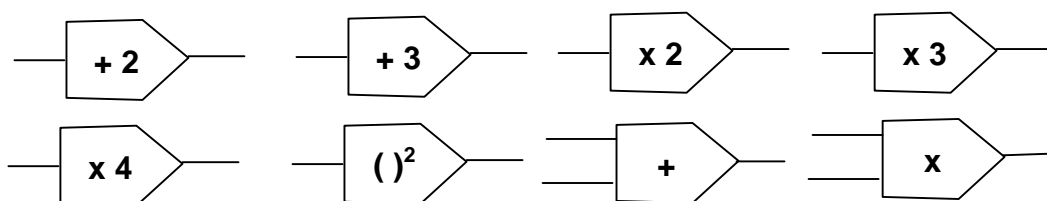
Este circuito tiene dos entradas: a y b. Busca una expresión para la salida:



Obtén la expresión de la salida para cada uno de los chips:



b) Una caja de componentes de microelectrónica contiene un lote de chips de ocho tipos distintos:



Diseña los diagramas que, con entradas a y b nos den las siguientes salidas:

a) $3a+b$

b) $(b+3)a$

c) $3(a+b)$

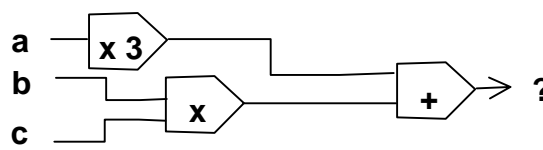
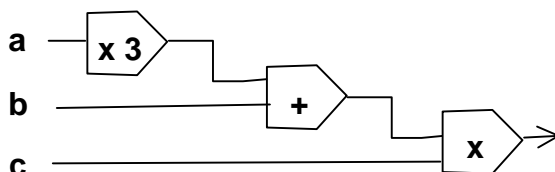
d) $(a+b)^2$

e) a^2+b^2

f) $(2a+4b)^2$

g) $2(a+3b)^2$

c) Escribe la expresión para la salida de cada uno de estos circuitos:



CALCULADORA

No todos los modelos de calculadoras realizan las operaciones en el mismo orden. Si introduces en la tuya: $2 + 3 \times 4$ en algunas calculadoras obtenemos la respuesta 20 y en otras 14.

Al primer tipo la llamaremos "de izquierda a derecha (ID)", el segundo es "multiplicaciones y divisiones primero (MDP)". Este segundo tipo es la que realiza las operaciones en el orden en que lo hacemos en matemáticas. Si tu calculadora es ID busca la forma de obtener el resultado correcto.

a) Realiza mentalmente los cálculos y utiliza después la calculadora para:

$2+3 \times 4$	$4+(7 \times 2)$	$(4+7) \times 2$	$14+16/2+3$
$5+3 \times 4-1$	$(15-3)/2$	$4 \times 3+2$	$7 \times (2-6)$
$7 \times 6-2 \times 2$	$(7 \times 6)-(2 \times 2)$	$3+15/2$	$12+15-(2+3+5)$

b) Imagina una persona conduciendo un coche. De repente ve que un niño cruza la calle tras su pelota. El conductor tarda un tiempo en apretar el freno y el freno tarda otro tiempo en parar. Durante todo ese tiempo el coche recorre una distancia llamada "distancia de frenado". Esta distancia (s) depende de la velocidad del coche (v) y viene dada por la fórmula:

$$s = \frac{v(v + 20)}{60}$$

Haz una tabla de velocidades y sus correspondientes "distancias de frenado".

MEDICAMENTOS

Los prospectos de los medicamentos proporcionan la dosis para una persona adulta. Para calcular lo que corresponde a un niño se aplica la fórmula:

$$c = \frac{A \cdot n}{n + 12}$$

donde C es la dosis a suministrar, A es la dosis del adulto y n es la edad del niño en años (no se usa para niños menores de un año).

-Usa la regla para calcular la dosis de un niño de 8 años cuando la del adulto es de 15 mg.

- ¿A qué edad recibe un niño la dosis de un adulto?.

-Para calcular la dosis de un bebé de menos de un año se aplica

$$c = \frac{A \cdot m}{150}$$

donde m es la edad del bebé en meses.

Calcula la dosis para 9 meses cuando la del adulto es de 400 mg.

PARÉNTESIS

a) Supón que llevabas x ptas. y has comprado un lápiz que vale a y un cuaderno que vale b . ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la cantidad de dinero que te queda?

i) $x-a-b$

ii) $x-a+b$

iii) $x-(a+b)$

iv) $x-(a-b)$

b) Si tienes x ptas y compras algo que vale q , pero si del precio te descuentan p , te queda:

i) $x-q+p$

ii) $x-q-p$

iii) $x-(q+p)$

iv) $x-(q-p)$

c) Elimina paréntesis y simplifica en:

$$3p-3(2p-4+3r)$$

$$5p-p(3q-r-2)$$

$$5a-8(1-b-2^a)$$

$$10x+2(x-3)-3(x-4)$$

$$4x-2y-3(x-2+5)$$

$$3x^2 + x(2x+1) + 4(2x-5)$$

d) Calcula lo que debe haber dentro del paréntesis para que se cumplan las equivalencias:

$$5c-3(\dots) = 5c-3a+6-3b$$

$$2p-p(\dots) = p-3pq+pr$$

$$3x+2(\dots) = 3x+10-2y$$

$$5p-2(\dots) = 9p-2pq-1$$

e) Calcula y simplifica si es posible:

$$(a-2)(b+5)$$

$$(m-1)(m+6)$$

$$(2y+1)(y-3)$$

$$(6q-5)(4q-4)$$

$$(3a-4)^2$$

$$(4-3a)^2$$

FACTOR COMÚN

Una gran parte del álgebra se dedica a reescribir expresiones de diferentes formas para tomar la que más nos convenga en un momento determinado. Hasta ahora hemos sustituido $3(5a-2b)$ por $15a-6b$. En algunos casos necesitaremos reescribirla como producto de dos factores, es decir:

$$15a+6b = 3(\text{.....})$$

$$ab-3a = a(\text{.....})$$

a) Completa:

$$\text{i) } 4a+6b=2(\text{.....})$$

$$\text{ii) } 6a+6=6(\text{.....})$$

$$\text{iii) } 4y^5-xy=y(\text{.....})$$

b) Saca factor común en:

$$\text{i) } 6p+q$$

$$\text{ii) } 14a-35b$$

$$\text{iii) } 4-16p$$

$$\text{iv) } 6pq-5q$$

$$\text{v) } 5a^2-a$$

$$\text{vi) } 2a^2-4ab$$

$$\text{vii) } 3pq-5p^2$$

$$\text{viii) } 2xy-3y^2$$

$$\text{ix) } 6a^2b+12b^2$$

$$\text{x) } a^2+a$$

ECUACIONES Y SISTEMAS

Averigua cuánto vale x (x e y) en las ecuaciones y sistemas siguientes:

a) $3x+5=11$

b) $2x+4=5$

c) $2(2x+3)=-2$

d) $x+4+3x=6$

e) $x+5=4x-6$

f) $2x-3+x=12+3x$

g) $\frac{2x+7}{5} = 11$

h) $\frac{x-1}{3} = 6$

i) $\frac{2x}{3} - \frac{x}{2} = 6$

j) $\left. \begin{array}{l} x+5y=13 \\ x-y=7 \end{array} \right\}$

k) $\left. \begin{array}{l} 5x-y=3 \\ 2x+3y=8 \end{array} \right\}$

l) $\left. \begin{array}{l} 2x+y=1 \\ 3x+4y=-3 \end{array} \right\}$

m) $x^2-2=2$

n) $3x^2-6x=0$

o) $(x+1)(x-2)=0$

p) $(x-1)^2=4$

q) $3x^2-2x+1=0$

r) $2x^2+3x-5=0$

COORDENADAS

**EL PIE Y EL PALMO
EL ATERRIZAJE
EL PARACAIDISTA**

EL PIE Y EL PALMO

16 muchachos han medido la longitud de su palmo y su pie obteniendo la siguiente tabla (en cm.):

Alumno	Pie	Palmo
A	20	18
B	14	12
C	20	17
D	16	13
E	21	19
F	23	14
G	18	17
H	24	20

Alumno	Pie	Palmo
I	21	18
J	19	14
K	15	14
L	23	18
M	18	16
N	25	22
O	32	21
P	19	15

Queremos saber si hay alguna relación entre las dos medidas.

EL ATERRIZAJE

Cuando una avioneta va a aterrizar, el copiloto toma nota de la velocidad cada 5 segundos y obtiene la siguiente tabla:

Tiempo (s.)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
veloc.(Km/h.)	150	150	140	120	90	80	80	70	60	40	10	5	5

Se sabe que el piloto ha reducido la velocidad en dos fases, primero en el aire y más tarde en la pista de aterrizaje.

Construye la gráfica y señala sobre ella las incidencias del aterrizaje.

EL PARACAIDISTA

Un paracaidista salta de un avión cayendo libremente durante un rato, al cabo del cual abre el paracaídas. Una película de los hechos ha estipulado la siguiente tabla de distancias respecto del avión:

T(s):		0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5
D(m):		0	1	4	9	16	25	36	42	46	49	52	55

- Aproximadamente, ¿en qué instante abrió el paracaídas?
- Construye la gráfica y, con ella, haz una descripción lo más exacta posible del movimiento del paracaidista antes y después de abrirse el paracaídas.
- El paracaidista cae y la línea va hacia arriba en el papel, ¿cómo lo explicas?. Transforma el enunciado para que, al construir la gráfica, la línea vaya hacia la parte inferior del papel.

INTERPRETACIÓN Y CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS

VIAJES

EL APARCAMIENTO

CARRERA ACCIDENTADA II

EL PRECIO DE LA GASOLINA

DOS CINES

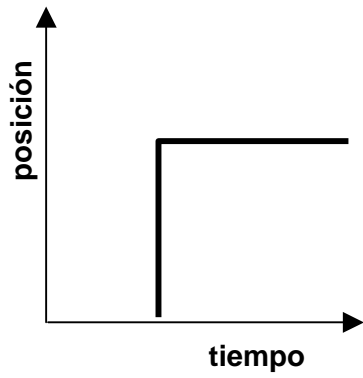
DOS GRIFOS

EL CARTÓN

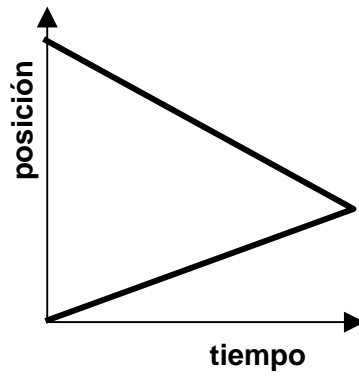
EL LIBRO DE COCINA

VIAJES

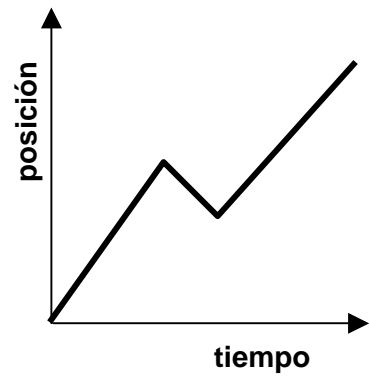
¿Cuáles de las gráficas de abajo representan viajes?. Describe qué ocurre en cada caso.



(a)



(b)

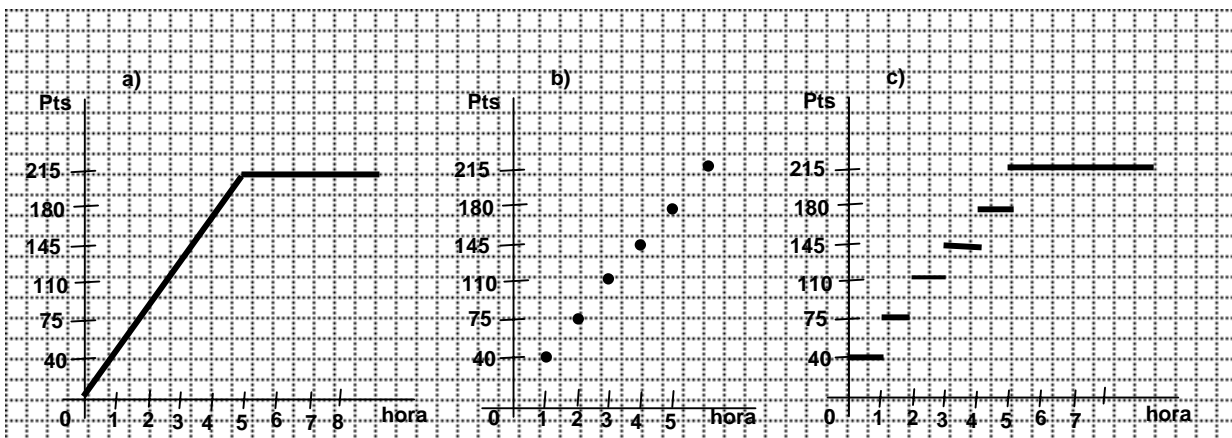


(c)

EL APARCAMIENTO

Lee detenidamente este enunciado y di cual de las gráficas se ajusta a él.
En un aparcamiento se lee el siguiente letrero:

TARIFAS (Ptas)	
Una hora o fracción	40
Cada hora siguiente o fracción	35
Máximo diario	215



¿Cómo seguiría la gráfica a partir de las 24 horas?.

CARRERA ACCIDENTADA

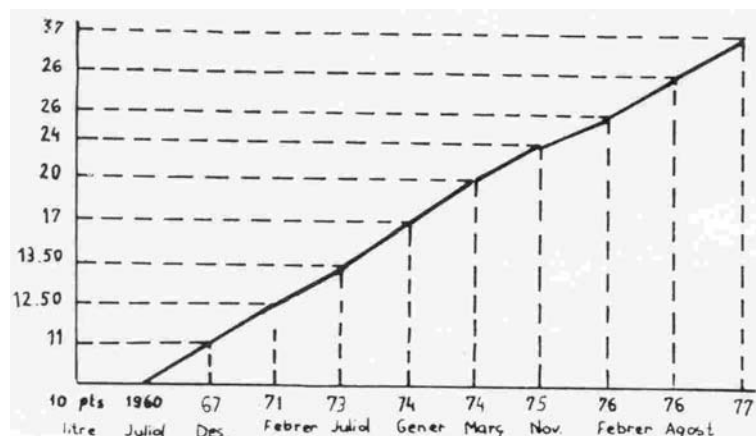
Se ha realizado una carrera de 400 metros lisos en la que han participado cuatro corredores. La versión del comentarista deportivo respecto de cada uno de ellos es:

- A.- Sale muy rápido pero poco a poco va perdiendo fuerzas para llegar a la meta casi andando.
- B.- Mantiene siempre la misma velocidad, excepto cuando faltan 50 metros para la meta en los que va más rápido.
- C.- Sale rápido pero a los 100 metros tropieza y cae al suelo, al cabo de unos segundos se levanta y continúa, pero más lento.
- D.- Sale lento, pero conforme transcurre la prueba, aumenta la velocidad llegando el primero.

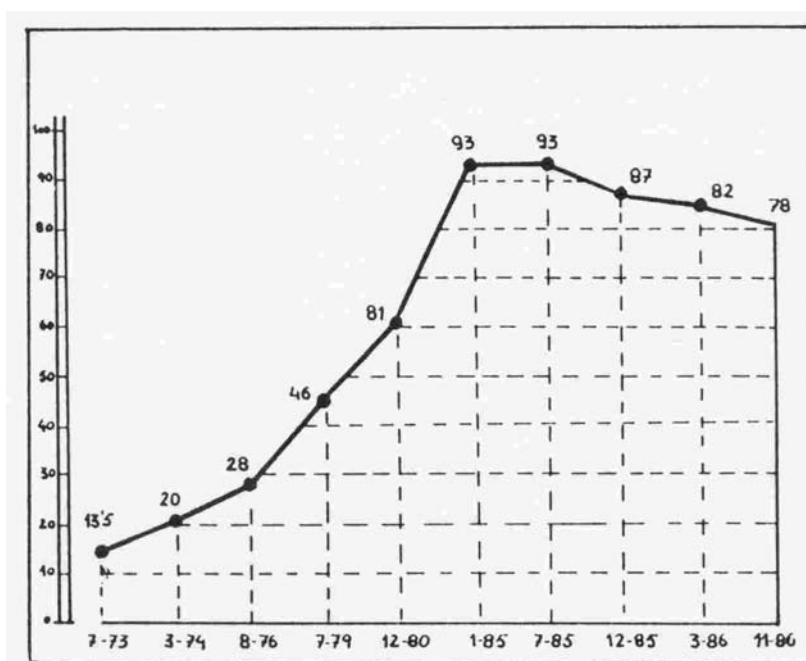
Haz las gráficas espacio-tiempo y velocidad-tiempo de cada uno de los corredores.

EL PRECIO DE LA GASOLINA

El diario Tele-Expres del 31/XI/78 dio una información sobre la evolución del precio de la gasolina súper (96-97 octanos). La ilustra con la siguiente gráfica:



Más recientemente, El País del 8/XI/86 confeccionaba esta otra:

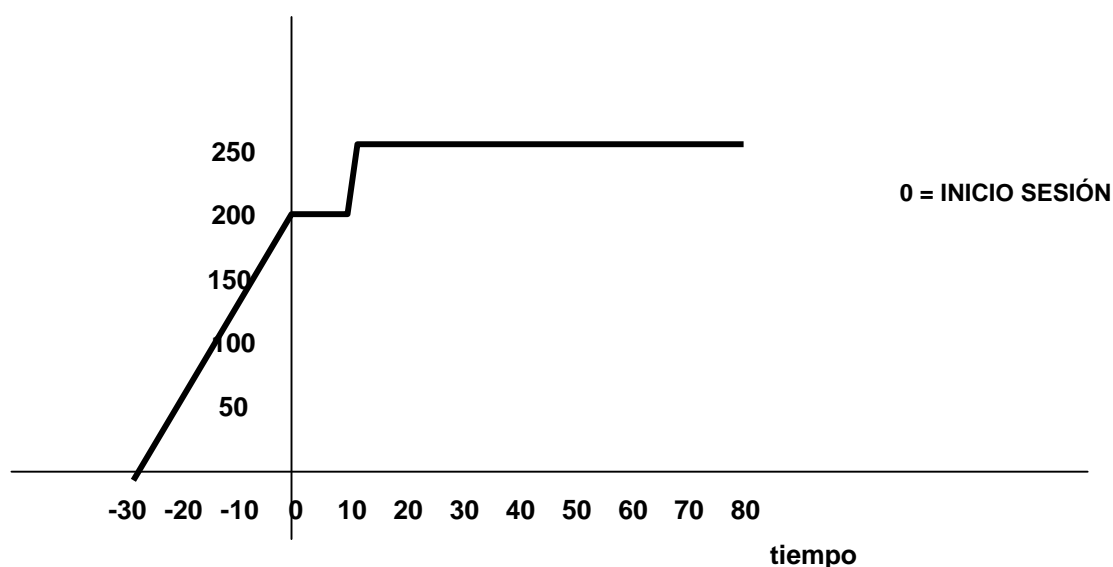


Busca los errores cometidos en la construcción de las gráficas y construye una que sea correcta a partir de los datos que puedes obtener de éstas.

DOS CINES

Un día se reunieron los gerentes de dos minicines para analizar los movimientos de taquilla, en el domingo anterior, desde que los cines abrieron hasta la mitad de la película en que se cerraron. Uno de ellos presentó los datos en forma gráfica y el otro a través de una narración.

PRIMER CINE



SEGUNDO CINE

"Cuando nosotros abrimos la taquilla había una numerosa cola que fue entrando rápidamente, contabilizando las entradas fueron 100, faltando 10 minutos para el comienzo no llegó nadie en 5 minutos, después fue llegando gente de forma constante hasta que empezó la película, en ese momento habían 250 personas. Una vez empezada llegaron de forma muy dispersa 20 personas. Mediada la película un grupo de 30 personas se desinteresó de la película y salió. No estuvo mal el día sólo nos quedaron 30 butacas libres."

Obtén la descripción del primer cine y la gráfica del segundo de forma que les sirva de ayuda en la comparación de resultados.

DOS GRIFOS

Un grifo A llena un depósito de 84 litros en 6 minutos, mientras otro B llena un depósito de 105 litros en 7 minutos. ¿Cuál va más rápido?

Representa la gráfica Volumen-Tiempo para cada uno de los grifos y estudia las distintas inclinaciones.

EL CARTÓN

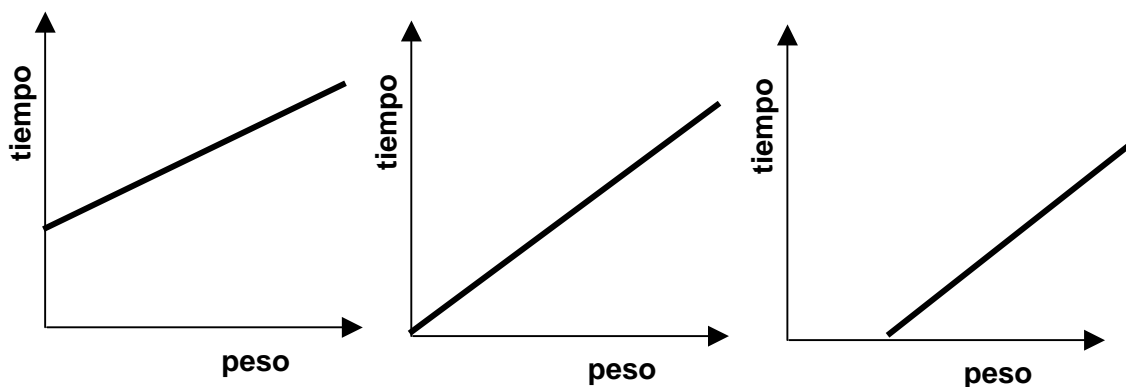
El metro cuadrado de cartón cuesta 12'50 pesetas. Haz un estudio de lo que nos costarán planchas de forma cuadrada dependiendo de su lado.

EL LIBRO DE COCINA

Un libro de cocina da estas instrucciones para asar carne:

"Se ha de poner al horno durante 25 minutos, a esto hay que añadir 10 minutos más por cada kilo de carne que cocinamos".

¿Cuál de estas tres gráficas muestra la relación entre el peso que vamos a asar y el tiempo de cocción?



ÁLGEBRA GRÁFICAS B

LOS NÚMEROS Y LAS LETRAS

TRADUCCIONES III

EDADES III

HISTORIAS

ADIVINA MI REGLA

TRADUCCIONES III

Traduce las siguientes frases del lenguaje coloquial al lenguaje matemático:

- A) La suma de un número con el triple de otro
- B) El triple de la suma de dos números
- C) Los ingresos de un obrero sabiendo que a su salario se le descuenta la tercera parte para impuestos
- D) La diferencia de los cuadrados de dos números consecutivos es 23
- E) La edad actual de una persona sabiendo que dentro de dos años se habrá duplicado
- F) El cuadrado de la suma de dos números
- G) La suma de los cuadrados de dos números
- J) Una compañía contrata a 12 personas a "p" pesetas la hora. Por cada hora que trabajen más allá de las 40 horas semanales, reciben el doble del salario correspondiente a una hora. ¿Cuál será la nómina semanal si trabajan 5 días a 9 horas diarias?.

EDADES III

Completa el siguiente cuadro de edades, suponiendo que actualmente Pedro tiene doble edad que Quique, Rosa tiene ocho años más que Pedro y Toni tiene 12 años menos que la suma de las edades de Rosa y Quique:

	Pedro	Toni	Rosa	Quique
Edad hace un lustro				
Edad actual				
Edad dentro de una década				x

HISTORIAS II

Inventa una historia que pueda ser representada por cada una de las siguientes expresiones numéricas:

1) $12+3$

2) $1344+3149$

3) $315-232$

4) $315-622$

5) 423×812

6) $30/10$

7) $31/10$

8) $4/123$

Inventa ahora historias para expresiones algebraicas:

9) $x+3$

10) $3x$

11) $x - y$

12) $2x+5$

13) $2x+5y$

14) $2(x + y)$

ADIVINA MI REGLA

Este es un juego para toda la clase. A cualquier número que se le diga, el profesor aplicará una regla del tipo multiplicar por 2 y sumar 3.

Hay que ir dando números y, conforme vaya dando el profesor los resultados, tenéis que descubrir la regla que está aplicando.

FÓRMULAS

CÍRCULOS

EL INSTITUTO

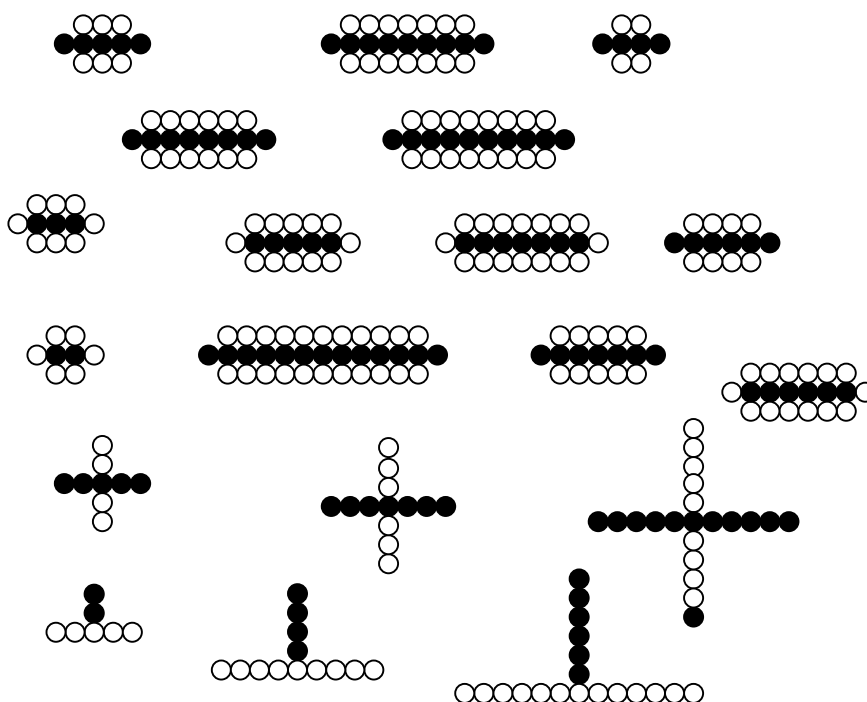
FOTOGRAFÍA

EL TACO DE MADERA

GENEALOGÍA DE LAS ABEJAS

CÍRCULOS

En los dibujos que siguen hay varios diseños construidos con círculos blancos y negros. Si escribimos b para la cantidad de círculos blancos y n para la cantidad de círculos negros:



a) Construye una tabla que relacione b con n

b) Dibuja la máquina que transforme la cantidad de círculos blancos en la cantidad de negros que se requiere para realizar el diseño.

c) Obtén una fórmula que nos permita obtener n a partir de b .

d) Obtén una fórmula que nos permita obtener n a partir de n .

EL INSTITUTO

Escribe una expresión para representar la siguiente afirmación: "En este instituto hay 3 profesoras por cada 2 profesores".

FOTOGRAFÍA

a) Una cámara cuesta a ptas. y cada carrete b ptas. Escribe la expresión del precio de:

i) Una cámara con su carrete.

ii) Tres cámaras con sus carretes.

iii) Una cámara con n carretes.

iv) n cámaras con sus carretes.

b) Si el vendedor añade el 12% de IVA, escribe la expresión de los dos primeros apartados.

EL TACO DE MADERA

Un taco de madera en forma de paralelepípedo rectangular tiene por dimensiones a , b y c . Escribe la expresión de:

- a) La suma de sus aristas.
- b) La superficie total.
- c) El volumen.

GENEALOGÍA DE LAS ABEJAS

Las abejas macho nacen de huevos sin fecundar, es decir, tienen madre pero no padre. Las abejas hembra nacen de huevos fecundados; tienen, por tanto, madre y padre. ¿Cuántos antepasados tendrá una abeja macho de la duodécima generación?. ¿Cuántos de ellos serán machos?.

PROBLEMAS CON ENUNCIADO

LAS TARTAS

LA SOLUCIÓN ES ...

PON TU EL PROBLEMA III

¿QUIÉN PIERDE?

OJOS Y PATAS

LAS TARTAS

La señora García decidió hacer tartas para venderlas a una panadería. Para cada bizcocho necesita dos tazas de harina y una de azúcar. Para cada tarta de chocolate necesita la misma cantidad de harina pero doble de azúcar.

Cuando terminó, la señora García había empleado 10 tazas de harina y 7 de azúcar. ¿Cuántos bizcochos había hecho?

LA SOLUCION ES ...

Si la solución de una ecuación es 5. ¿Cuál es la ecuación?

Busca ecuaciones con solución -2. ¿Y con solución 0.8?

PON TÚ EL PROBLEMA III

Al plantear un problema en términos algebraicos me quedó la siguiente ecuación:

$$3(x + 5) + 2(2x - 2) = 7x + 11$$

Enuncia el problema y resuélvelo.

¿QUIÉN PIERDE?

Una señora paga con un billete de 5000 ptas. unos zapatos que valen 3.000 ptas. El vendedor, que no tiene cambio, va a la carnicería donde le dan por él cinco billetes de 1.000. A su regreso devuelve las 2.000 a la señora que se marcha.

A la media hora llega el carnicero a la zapatería diciendo que el billete de 5.000 que le había dado antes es falso. El vendedor se lo cambia por otro de curso legal.

¿Quién ha perdido dinero con tanto lío?. ¿Cuánto?.

OJOS Y PATAS

En una de las zonas del zoológico hay jirafas y avestruces. Si hemos contado 30 ojos y 44 patas. ¿Cuántos hay de cada clase?

CONSOLIDACIÓN DE DESTREZAS

DESPEJAR EN FÓRMULAS

LA RESPUESTA

CIRCUNFERENCIA INSCRITA EN UN CUADRADO

DESPEJAR EN FÓRMULAS

Despeja en las siguientes fórmulas:

a) r en $L = 2\pi r$ b) h en $V = \pi r^2 h$

c) h en $A = \frac{bh}{2}$ d) n en $s = \frac{3uv}{bn}$

LA RESPUESTA

La respuesta de un cálculo algebraico es $2x$. ¿De qué formas distintas la podríamos obtener?

CIRCUNFERENCIA INSCRITA EN UN CUADRADO

Tenemos una circunferencia de radio r inscrita en un cuadrado. Calcula las expresiones de:

$$\frac{\text{Longitud de la circunferencia}}{\text{Área del círculo}}$$

$$\frac{\text{Perímetro del cuadrado}}{\text{Área del cuadrado}}$$

INTERPRETACIÓN Y CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS

**EL TRABAJO
EL TERMOSTATO
LAS TORRES
FOTOCOPIAS
LA CUESTA
LA PENDIENTE
LA COMPAÑIA
SUMAR UNO**

EL TRABAJO

Realizar un cierto trabajo de pavimentación requiere 30 jornadas, es decir, un obrero tardaría en realizarla 30 días, dos obreros tardarían 15 días, tres obreros 7 días y medio,...

Representa gráficamente esta situación.

EL TERMOSTATO

Observa cómo funciona un aparato de casa que utilice termostato. Haz la gráfica aproximada temperatura-tiempo.

LAS TORRES

Una torre de 5 metros de alta da una sombra de 4 metros de longitud. ¿Cuál será la longitud de la sombra de una torre de 3 metros de alta?

¿Cuánto medirá la sombra de una torre de "x" metros de alta?

FOTOCOPIAS

En una copistería tienen la siguiente tarifa para hacer fotocopias de un mismo original:

Cantidad	Precio por copia.
De 1 a 5	10 ptas.
De 6 a 20	8 ptas.
De 21 a 50	6 ptas.
Más de 50	4 ptas.

Construye un gráfico y estudia la relación entre la cantidad de fotocopias que hacemos de un mismo original y lo que debemos pagar por ellas.

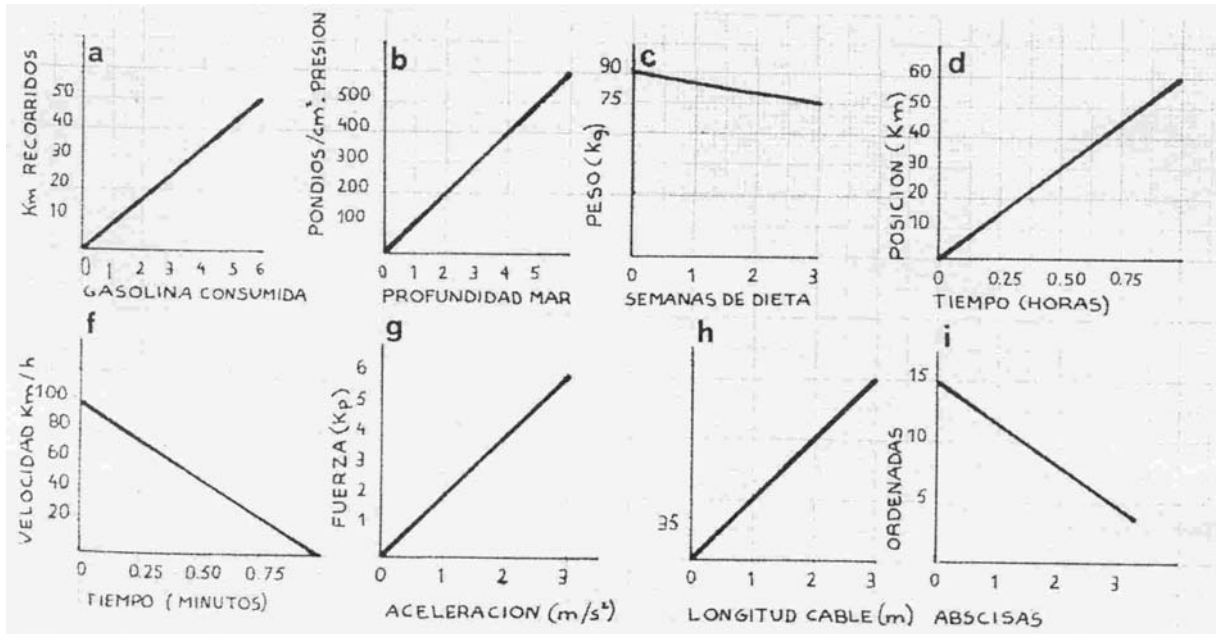
LA CUESTA

a) ¿Qué significa que la pendiente de una carretera es del 20% o del 14%?. ¿Qué relación tiene esta pendiente con el término matemático "pendiente de una recta"?

b) Dibuja el perfil de una cuesta de forma que, durante los 100 primeros metros tiene una pendiente del 12%, los 200 metros siguientes del 60% y los 50 metros últimos del 100%.

LA PENDIENTE

En cada uno de los casos siguientes, da una interpretación del fenómeno estudiado por la gráfica y calcula la pendiente de la recta haciendo referencia a su significado.



LA COMPAÑÍA

Una compañía dispone de dos empresas: A y B. La primera pierde un millón de pesetas al año, mientras que la segunda gana dos millones cada año. Ambas comenzaron sus actividades al mismo tiempo, la primera con 18 millones y la segunda con 3.

Queremos saber cuándo dispondrán del mismo capital las dos empresas y cuándo será de 100 millones el capital de la compañía.

SUMAR UNO

Si tomas un número fraccionario, por ejemplo $1/2$ y le sumas repetidamente 1 a numerador y denominador, esta fracción se transforma en otras:

núm:	0	1	2	3	4	5	...
frac:	$1/2$	$2/3$	$3/4$	$4/5$	$5/6$	$6/7$	--- ...

Haz una gráfica y estudia la tendencia.

Investiga con otros números fraccionarios.