TEMAS DE MATEMÁTICAS REVÁLIDA GRADO SUPERIOR
(5º Y 6º CURSO DE BACHILLERATO AÑOS 60)
Examen para estudiantes de 16 años de edad
(El problema 4 puntos, cada cuestión 3 puntos)

1

PROBLEMA:

Se considera el triángulo de vértices A(1, 3); B(2, 5); C(3, -1) . Calcular las coordenadas del ortocentro.

CUESTIONES:

1ª.- Simplifica la expresión $(\text{sen A} + \cos \text{A})^2 + (\text{sen A} - \cos \text{A})^2$, razonando la respuesta.

2ª.- Halla razonadamente la fórmula que da la suma de los n términos de una progresión geométrica de razón q y primer término a.

2

PROBLEMA:

En la curva $y = x^3$ se consideran los puntos A y B de abcisas x=1, x=2, respectivamente, cuyas tangentes se cortan en el punto C. Hallar el área del triángulo mixtilíneo ABC.

CUESTIONES:

1ª.- Calcular el ángulo que forma la recta y=3x+1 con el eje OX.

2ª.- Halla razonadamente el número complejo, conjugado del recíproco del complejo 1+2i.

3

PROBLEMA:

Sea un triángulo ABC cuyos lados tienen por longitudes:

$a = l \cdot \sqrt{6}$; $b = 2 \cdot l$; $c = l \cdot (\sqrt{3} + 1)$

1º.- Calcular los ángulos A, B y C.

2º.- Calcular el área del triángulo ABC.

CUESTIONES:

1ª.- Si $A = P \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$, calcular el valor de P cuando A=1000, r=3, n=5.

2ª.- Hallar razonadamente la derivada de la función $y = \sqrt[n]{x}$.

4

PROBLEMA:

La base ABC de un tetraedro OABC es un triángulo equilátero de lado 4 cm. Las otras aristas OA, OB, OC, son cada una de 5 cm de longitud. Calcular:
1º.- El ángulo entre OA y ABC.
2º.- El ángulo entre OAB y ABC.

CUESTIONES:

1ª.- Calcula la fórmula $p \cdot v^{0,9}$, siendo p=2,535 y v=0,173.
2ª.- Obtener razonadamente todas las raíces n-simas de un número complejo. Aplicación a $\sqrt{-16}$.

5

PROBLEMA:

Si y es un polinomio en x que toma el valor y=0 para x=-1, y cuya derivada es $y' = 3x^2 + 6x - 1$, encontrar dicho polinomio y los demás valores de x que hacen y=0.

CUESTIONES:

1ª.- Si $a = 10^x$ y $b = 10^y$, encontrar el valor de $\log_{10}\left(a \cdot b^2\right)$. Razona la respuesta.
2ª.- Hallar razonadamente el número de permutaciones que se pueden formar con m objetos diferentes.

6

PROBLEMA:

Se da la hipérbola x• y=a, y se traza la tangente en un punto M de la misma, que corta a las asíntotas en los puntos P y Q. Calcular el área del triángulo POQ, siendo O el origen.

CUESTIONES:

1ª.- Calcula el logaritmo en base 7 del número 50.
2ª.- Deduce la fórmula del interés compuesto.

7

PROBLEMA:

La base menor de un trapecio isósceles mide 7 m y cada uno de los lados oblicuos 15 m. Hallar la longitud de la base mayor para que el área del trapecio sea máxima.

CUESTIONES:

1ª.- Deducir la expresión binómica y modulo argumental del producto de dos números complejos.

2ª.- Interpolar entre 3 y 5 tres medios diferenciales. Razónese la solución de este ejercicio.

8

PROBLEMA:

Dado un punto P del eje OY, de ordenada 4, y un punto Q del eje OX de abcisa -3, se traza por P la recta perpendicular a PQ, que corta a OX en R. Hallar la ecuación de la circunferencia circunscrita al triángulo PQR.

CUESTIONES:

1ª.- Deducir razonadamente la fórmula de Moivre.

2ª.- Dado $\operatorname{sen} A = \frac{3}{5}$ y $\operatorname{sen} B = \frac{5}{13}$, calcula sen (a – b). Hallar el ángulo a – b.

9

PROBLEMA:

Dado el triángulo de vértices A(-1, 0),B(0, 2), C(3, 0), inscribir en él un rectángulo MNPQ de área máxima, cuyos vértices M y N estén sobre AC, el vértice P sobre CB y el vértice Q sobre BA.

CUESTIONES:

1ª.- Hallar en forma binómica, y gráficamente, el cociente de dos números complejos. Razónense las soluciones.

2ª.- Simplifica la siguiente expresión: $4x \cdot (x - 3y) = 36 + 3y \cdot (4x - 3y)$ y dinos qué clase de cónica representa. Halla sus elementos principales: vértices, focos, semiejes, etc.

10

PROBLEMA:

Una persona recibe en préstamo la cantidad de 1000 pesetas, que se compromete a devolver en tres pagos iguales que se harán efectivos al terminar cada uno de los tres años sucesivos que siguen al préstamo, conviniendo en que los intereses compuestos se calcularán al 5 por 100. Hallar la cantidad que se ha de pagar en cada plazo.

CUESTIONES:

1ª.- Definición de derivada y deducir razonadamente la regla para la derivación de una función de función.

2ª.- ¿Es cierta la siguiente igualdad? $b^{3\cdot \log_b x} = x^3$. Razona la respuesta.

11

PROBLEMA:

De un triángulo ABC se sabe que A(2, 5), el punto medio de BC es (3, 1), y el punto medio de AB es (0, 4). Hallar los otros vértices y el área.

CUESTIONES:

1ª.- Hallar razonadamente las expresiones de las derivadas de las funciones y=ln x; $y = e^x$.

2ª.- Comprueba que $x = \frac{1}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ es raíz cúbica del número -1.

12

PROBLEMA:

Un punto M describe el eje OX; la unidad de longitud sobre este eje es el centímetro; la unidad de tiempo es el segundo. En el instante t la abcisa de M es: $x = t^3 - 3\cdot t + 5$. Definir y calcular el valor algebraico de la velocidad de M en un instante t; sea este valor v. Estudiar las variaciones de v en función de t y su representación gráfica. ¿En qué punto la aceleración es nula?

CUESTIONES:

1ª.- Demuestra razonadamente que $\binom{m}{n} = \binom{m}{m-n}$.

2ª.- Sabiendo que log 2 = 0,30103, calcular log 0,2; log 4000; log 5; log 250.

13

PROBLEMA:

Los ángulos a y b son ángulos agudos. Se da $\operatorname{sen} a = \frac{1}{2}$; $\operatorname{sen} b = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$. Calcular las funciones circulares de a+b y a – b. ¿Cuál es el valor de b?

CUESTIONES:

1ª.- Establecer razonadamente la fórmula del binomio de Newton, y deducir la ley de formación de los coeficientes.
2ª.- ¿Cuál es el ángulo que la recta que pasa por los puntos A(0, -1) y B(3, 2) forma con el eje OX?.

14

PROBLEMA:

Por el punto P(3, 4) se traza una recta paralela a la $y - 3x = 0$ que corta al eje OX en Q; y otra perpendicular a la $y + 3x = 0$ que corta a OX en R. Hallar el área del triángulo PQR.

CUESTIONES:

1ª.- Expresa en forma polar los números complejos – 2 y $-\sqrt{3} + i$. Efectúa su división y expresa el cociente en forma binómica. Razona las contestaciones.
2ª.- Cambia las siguientes identidades de forma exponencial a la forma logarítmica. $6^{-1} = \frac{1}{6}$; $\sqrt[3]{8} = 2$. Razona la respuesta.

15

PROBLEMA:

En una progresión aritmética, el término de lugar 11 es el doble del término de lugar 7, y la razón es 0,5. Hallar el primer término.

CUESTIONES:

1ª.- Hallar el valor de la expresión $x = \sqrt[8]{0{,}037}$.
2ª.- Halla razonadamente la expresión del ángulo de dos rectas del plano.

16

PROBLEMA:

La tangente y la normal a la curva $y = x^3$ en el punto de abcisa 2, forman con el eje OX un triángulo. Hallar su área.

CUESTIONES:

1ª.- Expresa en forma binómica el resultado de la operación $\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot i\right)^3$

2ª.- Obtener razonadamente la derivada de la función y = sen x.

17

PROBLEMA:

Se dan, con respecto a unos ejes coordenados rectangulares, los puntos de coordenadas A(a, 0) y A'(-a, 0), siendo a una longitud dada. Encontrar el lugar de los puntos M tales que $\tan(xx', AM)\cdot\tan(xx', A'M) = K$ (número real dado). Discutir la ecuación del lugar hallado para los valores de K>0, -1<K<0; K<-1; K=-1.

CUESTIONES:

1ª.- Dadas las sucesiones:

a) $\frac{2}{3}, 1, 1\frac{1}{2}, \ldots$ b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots$ c) $a-b,\ 2a,\ (3a+b), \ldots$

Decir, razonadamente, si alguna de ellas es progresión aritmética o geométrica.

2ª.- Deduce, razonadamente, la derivada de la función y=tan x.

18

PROBLEMA:

Tomando como unidad de escala 2 cm, dibujar, desde x=-1 hasta x=3, la función: $y = x\cdot(2-x)$. Encontrar el área de aquella parte de la curva que está por encima del eje OX Encontrar también las áreas de las dos partes en que la recta Y=x divide a la superficie anterior.

CUESTIONES:

1ª.- Calcula el ángulo A cuya tangente es igual a dos veces el seno de 48º 35'

2ª.- Enunciar y demostrar el teorema de los senos en los triángulos oblicuángulos.

19

PROBLEMA:

Dada la elipse $9x^2 + 9y^2 = 144$, hallar el lugar geométrico de los puntos medios de las cuerdas que son paralelas a la recta y=5x.

CUESTIONES:

1ª.- Halla el módulo y el argumento del número complejo 4+5i.
2ª.- Concepto de frecuencia y probabilidad. Razona la respuesta con ejemplos.

20

PROBLEMA:

Si se desarrolla el binomio $(a+b)^{14}$, los coeficientes de tres términos consecutivos están en progresión aritmética. Calcula dichos coeficientes y los números de orden que ocupan.

CUESTIONES:

1ª.- De un ángulo a se conoce la $\tan a = 2 \bullet \sqrt[2]{3}$. Calcula el seno del mismo y su amplitud.
2ª.- Deducir razonadamente la expresión de la derivada de un cociente.

21

PROBLEMA:

La suma de las aristas de un prisma recto de base cuadrada es constante e igual a 48 centímetros. Expresar el volumen de este prisma en función del lado x de la base. ¿Para qué valores de x se anula el volumen? ¿Para qué valores de x se hace el volumen máximo, y cual es este máximo? Calcula el área limitada por la curva, representación gráfica del volumen, y el eje OX.

CUESTIONES:

1ª.- Demuestra que $C_n^r = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$.

2ª.- Dado $\tan a = -\dfrac{5}{12}$, calcula razonadamente, sen a, cos a y cot a. Halla los valores del ángulo a menores de 360º.

22

PROBLEMA:

En la circunferencia $x^2 + y^2 - 6x = 0$, hallar el lugar geométrico de los puntos medios de las cuerdas que pasan por origen de coordenadas.

CUESTIONES:

1ª.- Hallar razonadamente la fórmula de la anualidad de amortización.

2ª.- Demuestra que 3+2·i y 3-2·i son soluciones de la ecuación $x^2 - 6x + 13 = 0$.

23

PROBLEMA:

Se representa gráficamente la función exponencial $y = e^x$. Se toma sobre OX un punto M de abcisa a, que es proyección de otro punto N de la curva. La tangente en N corta a OX en P, que es la proyección del punto Q de la curva. Halla el área del triángulo mixtilíneo NPQ.

CUESTIONES:

1ª.- Obtener razonadamente la expresión del producto de los términos de una progresión geométrica.

2ª.- Halla, razonadamente, las tres raíces cúbicas del número −8.

24

PROBLEMA:

Los vértices de un cuadrilátero son A(−3, −3), B(2, −2), C(3, 3), D(−2, 2). ¿Este cuadrilátero es un rombo? En caso afirmativo halla su área.

CUESTIONES:

1ª.- Demostrar que los logaritmos de un mismo número, respecto de dos bases diferentes, son proporcionales y determinar la constante de proporcionalidad.

2ª.- ¿Cuáles son los valores de x, menores de 360º, que satisfacen la siguiente ecuación? $x = \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$. Razona la respuesta.

25

PROBLEMA:

En 1 de enero de 1886 la población de una cierta nación europea era de P habitantes. Durante todo el año 1886 el número de defunciones se elevó a 1/42 de la población y el de nacimientos a 1/35. Admitiendo que esto mismo ocurriese durante los años sucesivos, se pide al cabo de cuánto tiempo, expresado en años y días, la población de este país se habrá incrementado en su mitad.

CUESTIONES:

1ª.- Hallar razonadamente la ecuación de la tangente en un punto de la parábola $y^2 = 2 \cdot p \cdot x$.

2ª.- Calcular, hasta las centésimas, los logaritmos neperianos de 2 y de 3

26

PROBLEMA:

Resolver el sistema: $\left.\begin{array}{l} x + y = \dfrac{\pi}{4} \\ \sqrt{2} \cdot \cos x \cdot \cos y = 1 \end{array}\right\}$

CUESTIONES:

1ª.- Distancia de un punto a una recta. Deduce razonadamente la fórmula correspondiente.

2ª.- Comprueba la siguiente identidad: $\dfrac{\left(1 - i \cdot \sqrt{3}\right)^3}{\left(-2 + 2 \cdot i\right) \cdot 4} = \dfrac{1}{8}$

27

PROBLEMA:

Calcular la derivada de la función $y = x \cdot \left(-\sqrt{1 - x^2}\right)^2$ y los valores de x para los que y'=0.

CUESTIONES:

1ª.- Obtener razonadamente el coseno de un ángulo de un triángulo en función de los lados y del semiperímetro.

2ª.- Calcular un ángulo comprendido entre $\dfrac{\pi}{2}$ y π radianes, del que se sabe que su seno vale 0,73.

28

PROBLEMA:

Dada la curva $y = \frac{(x+1)\cdot(x+2)}{(x+3)}$, hallar la ecuación cuando se mueven los ejes coordenados, trasladándolos paralelamente a si mismos al punto (−3, −3), y luego haciéndolos girar alrededor del nuevo origen un ángulo de 45º en sentido directo.

CUESTIONES:

1ª.- Comprobar la identidad $\cos 3a + i\cdot \operatorname{sen} 3a = (\cos a + i \cdot \operatorname{sen} a)^3$.

2ª.- Cambia las siguientes identidades de forma logarítmica a la forma exponencial:

a) $\log_9 27 = \frac{3}{2}$ b) $\log_5 \frac{1}{625} = -4$

29

PROBLEMA:

Dada la circunferencia $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 15 = 0$, hallar las coordenadas de los extremos del diámetro que pasa por el origen.

CUESTIONES:

1ª.- ¿Cómo se dividen dos números complejos dados en forma binómica? Razona la respuesta. Por un ejemplo.

2ª.- Calcula el valor de x en la siguiente expresión: $1{,}06^{x} = 3$

30

PROBLEMA:

Se considera la sucesión de términos $u_1 = e,\ u_2 = e^{-1}, \ldots, u_p = e^{3-2p}$. Demostrar que esta sucesión es una progresión geométrica. Encontrar, en función de n, la suma de los n primeros términos. Encontrar el límite de S_n cuando n aumenta indefinidamente.

CUESTIONES:

1ª.- Encontrar el valor independiente de x en el desarrollo de $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^6$.

2ª.- Deducir la fórmula de la tangente del ángulo de dos rectas de coeficientes angulares m y m’ dados.

31

PROBLEMA:

Encontrar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A(0, 0), B(4, 0) y C(0, 2). Demostrar que la recta 2x+y=10 es tangente a la circunferencia y calcular las coordenadas del punto de contacto. Prueba también que la recta que une el punto de contacto con el origen es un diámetro de la circunferencia.

CUESTIONES:

1ª.- Calcular la expresión: $S = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2$, donde R=16,83; r=15,57.

2ª.- Hallar razonadamente el límite de la fracción $\frac{\text{sen x}}{\text{x}}$ cuando el arco x tiende a cero.

32

PROBLEMA:

Los tres lados de un triángulo de 18 m de perímetro están en progresión aritmética, y la suma de sus cuadrados es 116. Calcular el coseno del ángulo mayor.

CUESTIONES:

1ª.- Dado $\text{sen}\, 45^{\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ y $\text{sen}\, 30^{\circ} = \frac{1}{2}$, calcular seno y coseno del ángulo de 75º.

2ª.- Obtener la fórmula que da el volumen del cuerpo de revolución obtenido al girar una curva y=f(x) alrededor del eje OX. Razona la contestación.

33

PROBLEMA:

Se da la elipse $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$ cortada por la recta x+2y−10=0 y se considera la superficie comprendida entre esta recta y el más pequeño de los arcos determinados por la recta. Encontrar el volumen engendrado por esta superficie si gira alrededor del eje X. Hacer un dibujo de la figura tomando como unidad medio centímetro.

CUESTIONES:

1ª.- Si $\text{sen a} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ y $\cos \text{a} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$, hallar el valor simplificado de tan a y calcular el valor del ángulo a.

2ª.- Deducir razonadamente la fórmula de $\log \sqrt{\text{a}}$.

34

PROBLEMA:

A una placa de vidrio rectangular de dimensiones 15 cm y 10 cm se le ha roto una esquina, un pedazo de forma triangular, de tal modo que la longitud ha disminuido en 5 cm y la anchura en 3 cm. De la parte restante se quiere formar una nueva placa rectangular de área máxima. ¿Cuáles son las dimensiones de la nueva placa?. Dibuja la figura.

CUESTIONES:

1ª.- Siendo a el ángulo interior de un polígono regular, cuyo seno vale $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$, calcular el ángulo a y decir el nombre del polígono.

2ª.- Hallar, razonadamente, la suma de los términos de una progresión geométrica indefinida de razón menor que uno.

35

PROBLEMA:

Hallar los valores de x que anulan a la segunda derivada de la función $y=\frac{x^3-1}{x^2+1}$, y los correspondientes valores de la función.

CUESTIONES:

1ª.- Definición de elipse y obtener razonadamente a partir de ella su ecuación cartesiana.

2ª.- Dado $\cos a=\frac{4}{5}$, calcula razonadamente los valores de sen, cos y tan del ángulo $\frac{a}{2}$

36

PROBLEMA:

El término cuarto de una progresión aritmética de siete términos es 3; la suma de las quintas potencias de los términos extremos es igual a 1555,2. Hallar la razón y escribir la progresión

CUESTIONES:

1ª.- Deducir razonadamente el teorema de la media del cálculo integral.

2ª.- Expresa en forma módulo – argumental, o polar, el número complejo $-2\sqrt{3}-2\cdot i$. Razona la respuesta.

37

PROBLEMA:

Hallar las soluciones de la ecuación $3^{2x-1} - 3^{x+2} + 54 = 0$ con cuatro cifras decimales

CUESTIONES:

1ª.- Obtener razonadamente las reglas para calcular la característica del logaritmo decimal de un número cualquiera.

2ª.- Calcula el valor de a dado por la fórmula: $a = \frac{b \cdot \text{sen } A}{\text{sen } B}$, siendo b=67,2; A=64º 36'; B=32º24'

38

PROBLEMA:

Determinar los coeficientes a, b y c de un trinomio de segundo grado $y = ax^2 + bx + c$, sabiendo que la gráfica de esta función:

a) Pasa por el punto A(0, -3)
b) Presenta un mínimo para x=-1
c) Admite en el punto de abcisa 1 una tangente cuya pendiente (coeficiente angular) es igual a 4.

Dibujar dicho trinomio, tomando como unidad de escala 2 centímetros y hallar el área limitada por la curva y el eje OX.

CUESTIONES:

1ª.- Deducir las fórmulas que dan los valores de los elementos desconocidos de un triángulo, cuando de él se conocen dos lados a y b y el ángulo comprendido C.

2ª.- Hallar el módulo y el argumento del número complejo $\frac{2 - 3 \cdot i}{2 + 3 \cdot i}$

39

PROBLEMA:

Dada la función $y = x \cdot \left(x^2 - 4x + 5\right)$ se pide la ordenada del punto A de abcisa 2 y la tangente a la curva en ese punto. Calcular el área limitada por el arco de curva, de extremos O y A, y el segmento de recta OA. Hacer un dibujo aproximado de la curva desde x=0 a x=2, tomando como unidad 1,5 centímetros.

CUESTIONES:

1ª.- Demuestra que si dos sucesiones son convergentes, el límite de la suma de ambas es igual a la suma de los límites. ¿Qué sucede si alguna es divergente?

2ª.- Calcula el valor de $x = \sqrt{\frac{0{,}03}{27500}}$

40

PROBLEMA:

Escribir la ecuación de la circunferencia concéntrica con la ecuación $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 17 = 0$ y tangente a la recta 3x – 4 y + 7 = 0

CUESTIONES:

1ª.- Deduce razonadamente la derivada de la función y=tan x.

2ª.- Calcular el valor numérico de $\cos^2 17^o + \text{sen}^2 13^o + \cos^2 73^o + \text{sen}^2 77^o$.

41

PROBLEMA:

Un triángulo equilátero, situado en el primer cuadrante, tiene un vértice en el origen de coordenadas y es simétrico respecto a la bisectriz de dicho cuadrante. ¿Cuáles son las ecuaciones de sus lados, si la longitud de cada uno de éstos es 1 dm?

CUESTIONES:

1ª.- Dada la ecuación $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + ... + 2^x = 2047$, calcular el valor de x.

2ª.- ¿Es cierto que $\log\left(a^2 - b^2\right) = \log a \cdot b + \log\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$?

42

PROBLEMA:

Hallar la ecuación del lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de la recta x= – 3 y del punto (3, 0).

CUESTIONES:

1ª.- ¿Es lo mismo calcular el interés compuesto al 12 por 100 anual que al 1 por 100 mensualmente? Razona la respuesta.

2ª.- Razona cómo hallarás el límite de la sucesión: $0, \frac{3}{5}, \frac{8}{10}, \frac{15}{17}, ...$

43

PROBLEMA:

Dibujar los afijos de las raíces de la ecuación siguiente: $(z-1)\cdot\left(z^2+z+1\right)=0$ y determinar la ecuación de la circunferencia que tiene por centro el afijo situado en el eje OX y pasa por los otros dos. Calcular la potencia del origen de coordenadas respecto de esa circunferencia.

CUESTIONES:

1ª.- Calcular el límite de la suma: $1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{16}-\frac{1}{32}+\frac{1}{64}-\frac{1}{128}-\ldots$

2ª.- ¿Cómo hallarás de cuántas maneras se podrían sentar doce personas alrededor de una mesa circular? Razona tu contestaciónl

---

44

PROBLEMA:

Se pide: 1º Interpretar geométricamente la incompatibilidad del sistema: $\left.\begin{array}{l} x+y=1 \\ x+y=5 \end{array}\right\}$

2º Razonar que es un trapecio la figura que estas rectas determinan con los ejes coordenados; 3º Ecuación del eje de simetría de dicho trapecio; 4º su área.

CUESTIONES:

1ª.- Sabiendo que log 3 = 0,477121, hallar log x en la siguiente expresión: $x=3\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3\sqrt[3]{3.....}}}}$.

2ª.- Resolver la ecuación cos x = sen 2x. Hallar todas las soluciones.

45

PROBLEMA:

Resolver la ecuación siguiente: $\binom{x}{0}+\binom{x}{1}+\binom{x}{2}+\binom{x}{3}=\frac{x\cdot\left(x^2+6\right)}{6}$

CUESTIONES:

1ª.- Averiguar la ecuación de una elipse, referida a sus ejes, que pase por el punto (3, 4) y cuya excentricidad es $\frac{3}{5}$.

2ª.- Resolver la ecuación: $\frac{\log\left(35-x^3\right)}{\log(5-x)}=\lim\limits_{x\to\infty} 1\cdot\left(1+\frac{3}{n}\right)^n$

46

PROBLEMA:

Si el punto P, de coordenadas x, y, recorre la circunferencia $x^2+y^2=4$, hallar la ecuación de la curva que recorre el punto P', de coordenadas x', y', sabiendo que las coordenadas de ambos puntos satisfacen la ecuación: $\dfrac{(x'+y'\cdot i)-1}{x+y\cdot i}=2$

CUESTIONES:

1ª.- Señala la parte de plano que viene dada por 4 x + 2 y < 1. Justificar la contestación.

2ª.- Hallar la derivada de la siguiente función: $y=\dfrac{1}{4}\cdot \operatorname{arc\,tan} x+\dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot \dfrac{1+x^2}{(1+x)^2}$

47

PROBLEMA:

Las manillas de un reloj miden 4 y 6 cm; unimos sus extremos formando así un triángulo. Se pide: 1º Expresar, en función del tiempo, el área del triángulo. 2º Determinar el instante comprendido entre las 12 horas y las 12 $^1\!/_2$ para el cual es máxima el área; determinar el valor de ese máximo.

CUESTIONES:

1ª.- Se tienen tres urnas conteniendo bolas de distintos colores; la primera, 50 bolas rojas y 50 bolas blancas; la segunda, 60 amarillas y 40 blancas, y la tercera, 70 verdes y 30 blancas. Al coger a la vez, una de cada urna, ¿cuál es la probabilidad de que ninguna sea blanca?

2ª.- Calcular: $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{1}{x}\cdot\left(1+\dfrac{1}{x}\right)+\dfrac{1}{x}\cdot\left(1+\dfrac{2}{x}\right)+\ldots+\dfrac{1}{x}\cdot\left(1+\dfrac{x}{x}\right)\right]$

48

PROBLEMA:

Hallar el valor de la siguiente expresión: $1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}+\ldots+\dfrac{1}{x^n}$, siendo x el módulo del número complejo 3-4·i y n el límite de $\dfrac{x^2-x-2}{x^2-4x+4}$ para x=2.

CUESTIONES:

1ª.- Respecto de un sistema de ejes cartesianos rectangulares, la ecuación $x^2-2x-3=0$ representa dos rectas. Dibújalas.

2ª.- Si m>n, ¿cuál es mayor de los números combinatorios: $\dbinom{m}{n}$ o $\dbinom{m+1}{n+1}$? Razónalo

---

49

PROBLEMA:

Un barco que navegaba hacia el N enfila dos faros en dirección O. Después de una hora de marcha, uno de los faros aparece al SO y el otro al SSO. Hallar la velocidad del barco, sabiendo que la distancia entre los faros es de 8 kilómetros

CUESTIONES:

1ª.- Hallar los siguientes límites: a) $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{2n^2+3n-2}-\sqrt{2n^2+2}\right)$; b) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} 3x}{\operatorname{sen} 5x}$

2ª.- Dadas las circunferencias: $C_1 \equiv x^2+y^2-16=0$ y $C_2 \equiv 2\cdot x^2+2\cdot y^2-3x-8y-10=0$, encontrar las coordenadas de un punto que teniendo igual potencia respecto de las dos circunferencias, equidiste de los ejes de coordenadas.

50

PROBLEMA:

En la potencia $(1+i)^{20}$, calcular: 1º el término medio; 2º el módulo y argumento de la potencia, sin desarrollarla.

CUESTIONES:

1ª.- Los radios vectores de un punto de una elipse están sobre las rectas x=3, 8x−15y+24=0, respectivamente. Hallar la ecuación de la tangente a la elipse en ese punto.

2ª.- Calcular el valor de la constante de integración en: $y=\int\left(x+\frac{1}{x}\right)\cdot dx$, si para x=1 es y=5.
